



DECANATO DE POSTGRADO

Trabajo final para optar por el título de:
Maestría en Matemática Superior

Título:
“Propuesta de estrategia didáctica para el desarrollo de competencia en la resolución de ecuaciones exponenciales”

Postulante:
Daniel Felipe Carela
2016-2803

Los conceptos emitidos en esta investigación son de la exclusiva responsabilidad del sustentante.

Asesor:
Ing. José Armando Rodríguez Solano, MSc

Hato Mayor del Rey, Hato Mayor
Rep. Dom.
Agosto, 2018

RESUMEN

En el presente trabajo se abordan elementos que el docente maneja a diario en su labor de enseñanza como son: las estrategias de enseñanzas, las competencias y otros elementos de la planificación. También se presenta el problema a investigar enfocado a destacar la importancia y relevancia que tiene el tema en el contexto escolar. Se muestran datos sobre la relevancia que tienen las bases teóricas de la educación, las estrategias de enseñanza de las matemáticas y las competencias. Además se exponen los antecedentes teóricos que sustentan esta investigación. Se revisaron documentos que daban cuenta sobre algunos aspectos teóricos y empíricos relacionados al tema. Para sustentar el estudio y desde la perspectiva del problema planteado, la investigación se enmarcó en una serie de marcos conceptuales y teóricos que condujeron a diseñar la estrategia para el desarrollo de la competencia en la resolución de ecuaciones exponenciales que es el tema de esta investigación. Esta propuesta debe ser aplicada a quinto grado de la Secundaria el Buen Samaritano Hato Mayor Del Rey R.D, 2018 con las actividades y recurso propuesto; que a su vez esta permitirá el aprendizaje significativo del tema. Esta se organizó de la siguiente forma: rastreo de los conocimientos previos, introducción de nuevos conocimientos y aplicación de los conocimientos adquiridos. La implementación de este tipo de actividades permitirá a los estudiantes tener mejor idea de la resolución de ecuaciones exponenciales generando una notable diferencia de los resultados académicos obtenidos.

ABSTRACT

In the present work are addressed elements that the teacher handles daily in their teaching work as they are: teaching strategies, skills and other elements of planning. The problem to be investigated is also presented, focused on highlighting the importance and relevance of the topic in the school context. Data are shown on the relevance of the theoretical bases of education, the teaching strategies of mathematics and competences. In addition, the theoretical background that supports this research is exposed. We reviewed documents that reported on some theoretical and empirical aspects related to the subject. To support the study and from the perspective of the problem, the research was framed in a series of conceptual and theoretical frameworks that led to design the strategy for the development of competence in the resolution of exponential equations that is the subject of this research. This proposal must be applied to the fifth grade of the Secondary Good Samaritan Hato Mayor Del Rey R.D, 2018 with the proposed activities and resource; which in turn will allow meaningful learning of the subject. This was organized in the following way: tracking of previous knowledge, introduction of new knowledge and application of the acquired knowledge. The implementation of this type of activities will allow the students to have a better idea of the resolution of exponential equations, generating a notable difference of the obtained academic results.

Dedicatoria

La concepción de este proyecto está dedicada a Dios porque ha estado conmigo a cada paso que doy, cuidándome y dándome fortaleza para continuar, a mi madre, quien a lo largo de mi vida ha velado por mi bienestar y educación siendo mí apoyo en todo momento. Depositando su entera confianza en cada reto que se me presentaba sin dudar ni un solo momento en mi inteligencia y capacidad. Es por ello que soy lo que soy ahora.

Agradecimientos

A Dios por nunca me ha fallado, por permitirme sonreír nuevamente y tener salud para concluir mis metas.

A mi madre por ser un ejemplo a seguir de trabajo y colaboración con los demás. Por apoyarme con sus consejos de perseverancia, rectitud, integridad y ética.

A mi hija por la paciencia que me han tenido y el tiempo que le he robado para esta maestría.

A mi compañera por su paciencia y amor que me ha tenido a lo largo de esta etapa de mi vida. Además le agradezco por el tiempo que también le he robado para lograr estos estudios.

A mis maestros por compartir conmigo lo que saben y poder transferir sus conocimientos a mi vida.

Un eterno agradecimiento a esta prestigiosa universidad la cual abrió sus puertas a profesionales como nosotros, preparándonos para un futuro competitivo y ser mejor profesionales.

A mis asesores en la elaboración de esta tesis o trabajo final.

Por último a mis compañeros de maestría porque sin ellos este proyecto de mi vida no sería una realidad.

Índice

Resumen.....	ii
ABSTRACT.....	iii
Dedicatoria.....	iv
Agradecimientos.....	v
Índice de Tabla.....	viii
Introducción.....	1
Objetivo general.....	6
Objetivo específico	6
Capítulo I: Marco de referencia	
1.1 Marco Teórico.....	8
1.1.1 Antecedentes	8
1.1.1.1 Las matemáticas en la edad moderna.....	8
1.1.1.1 Importancia de las matemáticas.....	9
1.1.1.3 Las primeras ecuaciones exponenciales	9
1.1.2 Fundamentos teóricos de las matemáticas.....	13
1.1.2.1 Aprendizaje.....	15
1.1.2.2 Tipos de aprendizaje.....	18
1.1.2.3 La teoría del aprendizaje significativo.....	19
1.1.2.4 Significado del aprendizaje significativo.....	20
1.1.2.5 El enfoque constructivista.....	22
1.1.2.6 La teoría constructivista de Jean Piaget.....	24
1.1.2.7 Los diferentes trabajos del desarrollo intelectual por Piaget ..	25
1.1.2.8 Teoría de Piaget para la pedagogía actual	26
1.1.3 Reseña histórica de estrategia.....	27
1.1.3.1 Estrategias de enseñanza y aprendizaje.....	28
1.1.3.2 Clasificación de estrategia según MINERD.....	32
1.1.3.3 Otra clasificación de estrategias.....	36
1.1.3.4 Elección de estrategia de aprendizaje.....	38
1.1.3.5 Estrategias utilizadas por Singapur en prueba PISA.....	39

1.1.3.6 Aspectos generales del Método Singapur.....	39
1.1.4 Competencias	40
1.1.4.1 Las competencias en el diseño curricular dominicano.....	46
1.1.4.2 Las competencias que promueve el currículo dominicano	47
1.1.4.3 Las competencias en matemática.....	48
1.1.4.4 Importancia de las competencias matemáticas.....	52
1.1.4.5 Competencias evaluadas por PISA.....	54
1.2 Marco conceptual	55
Capítulo II: Diseño de la propuesta de estrategia didáctica para el desarrollo por competencia en la resolución de ecuaciones exponenciales	
2.1 Planificación.....	59
2.2 Ejecución de la propuesta de estrategia didáctica.....	63
2.2.1 Descripción y ubicación de la secundaria El Buen Samaritano y su Población estudiantil.....	63
2.2.2 Breve historia del centro educativo El Buen Samaritano.....	63
2.2.3 Primera clase: conocimientos previos.....	64
2.2.4 Segunda clase: Conceptualización y resolución de ecuaciones Exponenciales igualando base.....	68
2.2.5 Tercera clase: usando logaritmos para resolver ecuaciones exponenciales.....	73
2.2.6 Cuarta clase: usando el cambio de variable.....	79
2.3 Evaluación de la propuesta didáctica	83
2.3.1 Estudio de caso: para complementar la evaluación.....	83
2.3.2 Descripción de la estrategia propuesta.....	88
Conclusiones y Recomendaciones.....	90
Bibliografía.....	91
Anexos.....	95
Anexo 1: Evaluación diagnóstica de matemática	96
Anexo 2: Ecuaciones exponenciales.....	97

Anexo 3: Examen de matemática..... 101

Lista de tablas

Tabla 1: Competencias matemáticas (Niss, 2013)..... 50

Introducción

En vista de la importancia de las matemáticas para el desarrollo intelectual, social, cultural y económico de cada nación, y además de que estas constituyen el armazón sobre el que se construyen los modelos científicos, es necesario que cada país esté pendiente de la enseñanza de esta asignatura y que cree mecanismos efectivos que garanticen el aprendizaje en los alumnos.

Informes realizados muestran la creciente participación de un gran número de países en evaluaciones internacionales que son realizadas a fin de conocer diversas tendencias en Matemáticas y Ciencias. Estas tendencias ofrecen la oportunidad de referenciar el rendimiento promedio de los estudiantes en las asignaturas antes mencionadas.

En el año 2015 fue aplicado en España el TIMSS, que es un estudio internacional de tendencias en Matemáticas y Ciencias. En América Latina y el Caribe existen varias instituciones que se encargan de la formulación de informes, dirigidos a contribuir al desarrollo de las matemáticas. Dentro de estas se encuentran: (UNESCO)¹ y El Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes o Informe PISA.

El sistema Educativo Dominicano ha surgido como un componente fuertemente necesario para la formación docente, los progresos sucedidos en los últimos años en torno a la ciencia y la tecnología han creado una constante innovación de la educación especialmente en el área de matemática.

La presente investigación se refiere a la propuesta de estrategia didáctica para el desarrollo por competencia en la resolución de ecuaciones

¹Organización de las naciones unidas para la educación, la ciencia y la cultura.

exponenciales en los estudiantes de 5º grado del Liceo Secundario El Buen Samaritano de Hato Mayor del Rey, R.D. Año escolar 2017-2018.

(Geraldino, 2012) Concluyó que: “Las ecuaciones exponenciales son aquellas donde la variable independiente es el exponente o forman parte de él.” (p. 166)

Una de las características más importante de las ecuaciones exponenciales lo constituye sus numerosas aplicaciones que proporcionan grandes beneficios, los cuales se pueden apreciar en los diversos campos donde son aplicadas, como es el caso de problemas de la ingeniería, la química, la física, medicina, la geología, la economía, la estadística y cualquier campo en donde sea necesario la relación de variables.

El artículo de investigación titulado: **Estudio sobre el proceso de conceptualización de la función exponencial**, realizado en Buenos Aires, Tandil, Argentina, por Patricia Sureda y María Rita Otero sobre el análisis de los protocolos, muestra que la conceptualización de la función exponencial es una tarea compleja que no se realiza en todos los sistemas de representación a la vez y que demanda mucho más que el tiempo ofrecido para dominarlo.

La enseñanza de las ecuaciones exponenciales se ha convertido en una preocupación para los docentes ya que es de suma importancia para el desarrollo de las matemáticas y de la competencia específica que esta conlleva para los estudiantes.

Indicadores de las Pruebas Nacionales según estadísticas dadas por el Ministerio de Educación de la República Dominicana en el año 2017, en la primera y segunda convocatoria revelan poco el dominio, pues los participantes tuvieron más respuestas incorrectas que correctas, quedando por debajo del 50%.

Las ecuaciones exponenciales es un tema que ha sido tratado por muchos investigadores matemáticos, a fin de lograr la resolución apropiada a los diferentes problemas planteados. En tal sentido, el tema de investigación es diseñar una estrategia didáctica para el desarrollo de la competencia de la resolución de ecuaciones exponenciales. El **objeto de estudio** es el análisis matemático a partir del **campo acción** las ecuaciones exponenciales.

Esta investigación busca desarrollar habilidades en los estudiantes que les permitan identificar los procedimientos correctos para resolver una ecuación exponencial.

La situación problemática detectada en los estudiantes de 5º grado de la secundaria El Buen Samaritano de Hato Mayor del Rey, R.D. se ve reflejada por las debilidades a la hora de resolver ecuaciones exponenciales, y / o expresar incorrectamente el cambio de forma exponencial a logarítmica o viceversa. Estas deficiencias ocurren debido a la carencia de conocimientos algebraicos, poco dominio de operaciones con potencia, ignoran el cambio de base cuando el problema así lo requiere y no aplican las propiedades al realizar las funciones exponenciales.

Las deficiencias que presentan los alumnos en la resolución de ecuaciones exponenciales, es una de las razones que lleva a la deserción escolar y/o al fracaso académico reflejado en el peor de los casos en la pérdida del año escolar.

Para contrarrestar lo anterior, los docentes deben estar aptos, y tener competencias necesarias para enfrentar el reto de capacitar, orientar y motivar de manera efectiva a sus estudiantes, para dar solución a problemas planteados y así puedan notar las ventajas y desventajas al solucionar cualquier ejercicio específico.

Para dar respuestas a las necesidades planteadas en esta investigación se exponen algunas interrogantes como son:

¿Cuáles estrategias didácticas se están aplicando en el proceso de enseñanza de resolver ecuaciones exponenciales?

¿Cuáles estrategias didácticas se deben implementar para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones exponenciales en el nivel medio?

¿Cuáles estrategias didácticas contribuyen al desarrollo de la competencia para la resolución de ecuaciones exponenciales en el quinto grado de secundaria del Liceo Buen Samaritano?

¿Cuáles ventajas y desventajas se obtienen aplicar una buena estrategia en la solución de ecuaciones exponenciales?

Como las ecuaciones exponenciales no son sencillas de resolver, se hace necesario llevar a cabo un trabajo investigativo de esta naturaleza. Esta investigación pretende diseñar una estrategia didáctica para el desarrollo en la enseñanza de la resolución de ecuaciones exponenciales donde los alumnos recibirán la formación esperada, y su aprendizaje sin duda alguna será significativo.

En esta se hará necesario utilizar una investigación exploratoria y teórica basada en el análisis de fuentes bibliográfica de libros, revista, página de internet u otros. En este sentido el método analítico se utilizará para identificar y analizar los principales factores sobre la problemática investigada que vienen siendo las dificultades obtenidas de los estudiantes y los tipos de estrategias utilizadas por los docentes.

Este trabajo recoge datos que serán de ayuda para la enseñanza de las matemáticas específicamente en la resolución de las ecuaciones

exponenciales. La investigación consta de dos (2) Capítulos, el Primero hace referencia al Marco Teórico. Este mostrará noción de varios escritores de estrategias, las clases de estrategias didácticas, las competencias, el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de secundaria y la resolución de ecuaciones exponenciales.

En el segundo capítulo se orientará en el tema objeto de estudio, diseñar una estrategia didáctica para el desarrollo de la competencia en la resolución de ecuaciones exponenciales, para los estudiantes del quinto grado de secundaria del liceo El Buen Samaritano. Además, se escribirán las conclusiones y la lista bibliográfica que sostiene el marco teórico.

Objetivo general:

Diseñar una propuesta de estrategia didáctica para el desarrollo por competencia en la resolución de ecuaciones exponenciales en el quinto grado de secundaria del Liceo Buen Samaritano.

Objetivos específicos:

Identificar y analizar cuales estrategias didácticas contribuyen al desarrollo de la competencia para la resolución de ecuaciones exponenciales en el quinto grado de secundaria del Liceo Buen Samaritano.

Realizar una planificación efectiva en busca de la mejora de la enseñanza de las matemáticas aplicando la estrategia propuesta para el desarrollo de competencia en la resolución de ecuaciones exponenciales en los estudiantes de quinto grado de secundaria.

Desarrollar el tema de las ecuaciones exponenciales, plasmado en el plan de clase elaborado siguiendo las pautas de la estrategia diseñada para generar un aprendizaje significativo en los docentes.

Construir instrumentos de evaluación para ser aplicados por el profesor en el proceso de enseñanza de las matemáticas para facilitar el desarrollo de las competencias en los estudiantes de quinto grado del nivel secundario del Liceo El Buen Samaritano en relación a las ecuaciones exponenciales.

Proponer una estrategia didáctica para el desarrollo de la competencia de la resolución de ecuaciones exponenciales.

CAPÍTULO I
MARCO DE REFERENCIA

1.1 Marco Teórico

1.1.1 Antecedentes

1.1.1.1 Las matemáticas en la edad moderna

El siglo XVII vio a Napier, Briggs ampliar extraordinariamente el poder de las matemáticas como una ciencia para calcular con el descubrimiento de los logaritmos. El adelanto hacia el cálculo continuó con Fermat, quien, junto con Pascal, inició el estudio matemático de la probabilidad. Sin embargo, el cálculo sería el tema de más notabilidad que desarrolló en el siglo XVII. Newton, fundando sobre el trabajo de muchos matemáticos anteriores a él, tales como su maestro Barrow, convirtió al cálculo en una herramienta que impulsó el estudio de la naturaleza. Su trabajo era basto en nuevos descubrimientos que exponían la interacción entre las matemáticas, la física y la astronomía. La teoría de la gravedad de Newton así como su teoría de la luz, nos llevan hasta el siglo XVIII.

Sin embargo, se debe mencionar a Leibniz, cuya aproximación es más inflexible al cálculo, puso a los contextos para la labor matemática del siglo XVIII más que la de Newton. El predominio de Leibniz sobre las muchas secciones de la familia Bernoulli, fue importante para hacer crecer la fuerza del cálculo y la variedad de sus aplicaciones.

El matemático más importante del siglo XVIII fue Euler, quien además de trabajar en toda una escala de ramas de las matemáticas, ideó dos nuevas: el cálculo de variaciones y la geometría diferencial. Euler también impulsó la investigación sobre la teoría de números que había iniciado tan eficientemente Fermat. Hacia finales del siglo XVIII, Lagrange iniciaría una inexorable teoría de funciones y de la mecánica.

1.1.1.2 Importancia de las matemáticas.

Se puede destacar que las matemáticas están en el centro de la cultura, en el arte también hay matemáticas. A partir de que Pitágoras, el matemático más famoso, descubriera razones numéricas en la armonía musical hasta ahora la relación de las matemáticas con el arte ha sido permanente.

Las matemáticas se utilizan en la vida cotidiana y son importante para comprender y analizar la abundante información que se alcanza, su uso va mucho más allá, se amplía a todas las ramas del saber humano. Se acude a modelos matemáticos y no sólo en la física, sino, que gracias a las computadoras las matemáticas se aplican a todas las disciplinas, de modo que están en la base de las ingenierías, de las tecnologías más avanzadas, como las de los vuelos espaciales, de las modernas técnicas de diagnóstico médico, como la tomografía axial computadorizada, de la meteorología, de los estudios financieros, de la ingeniería genética, entre otros. Su expresión mundial las convierte en instrumento eficaz para la colaboración entre países más y menos prósperos. Las matemáticas, juegan desde hace veinticinco siglos, un papel relevante en la educación intelectual de la juventud.

1.1.1.3 Las primeras ecuaciones exponenciales

Leonhard Euler, fue un matemático, físico y filósofo suizo. El principal matemático del siglo XVIII introdujo el uso de la función exponencial y de los logaritmos en las demostraciones analíticas. Descubrió formas para expresar varias funciones logarítmicas utilizando series de potencias, y definió con éxito logaritmos para números negativos y complejos.

Algunos de los primeros escrito de la solución de problemas matemáticos venían del antiguo Egipto en la forma de papiros que fueron escritos entre

1850 y 1600 AC. Uno de estos el Papiro Matemático Rhind, es una colección de problemas matemáticos escritos alrededor de 1650 AC, cuyo título es “Método correcto de cálculos para captar el significado de las cosas y conocer todo lo que es, misterios... y todos los secretos”. Los problemas en el papiro fueron utilizados para manejar suministros de alimentos para ciudades entre otras cosas.

En el año 1944, la Guardia Costera de Estados Unidos organizó una estación en la isla de San mateo ubicada en el Mar Bering frente a la costa de Alaska. Para suministrar una fuente de alimento para los 19 hombres en la estación, introdujeron 29 renos, que consistían de 24 hembras y 5 machos. En el año 1957, el investigador Dave Klein, un biólogo trabajando para el Servicio de Pesca y Vida Silvestre de los EEUU, visitó la isla y contaron 1,350 renos saludables, cuya población había explotado debido a la escasez de depredadores y la abundancia de líquenes, la cual es su fuente primaria de alimento. Klein regresó a la isla en el año 1963, en donde se asombró para encontrar que la población había aumentado a más de 6,000.

Tres años después en 1966, Klein y otros retornaron a la isla para encontrar que de la población de renos había disminuido de 6,000 renos a 42 renos enfermizos (Klein, 1968). Para la década de 1980, ningún reno permanecía en la isla.

El crecimiento rápido en el número de renos en la Isla de San Mateo puede ser descrito como una ecuación exponencial, y se le llama crecimiento exponencial. Este tipo de crecimiento es un fenómeno natural común, y por ende ecuaciones exponenciales son utilizadas frecuentemente en todas las ramas de ciencia.

Las ecuaciones exponenciales han sido utilizadas por físicos, astrónomos, químicos e ingenieros, casi desde sus inicios. En los últimos años las ecuaciones exponenciales han sido utilizadas por los biólogos y profesionales de las ciencias sociales y del comportamiento. En vista que las ecuaciones exponenciales son usadas para determinar el tamaño de la población hasta fenómenos físicos como la aceleración, velocidad y densidad.

Hasta la década de los años 70, la enseñanza de la matemática en los liceos estaba fundamentada en los principios de la escuela tradicional, y una concepción del aprendizaje donde el maestro, quien se suponía dominaba los contenidos y poseía todas las destrezas era el centro del proceso mientras el alumno desempeñaba un papel positivo. Aprender se reducía a memorizar, practicar y repetir.

La matemática era presentada como un conjunto de verdades inmutables, exigiendo solo el producto final dejando a un lado las riquezas del progreso necesario para construir cada concepto demostración o solución. Como metodología de enseñanza el verbalismo y la memorización sin comprensión previa jugaban un papel central en detrimento de la experimentación, la observación y la reflexión.

Sin embargo, muchos países impactados por los avances tecnológicos y movido por la urgencia de ponerse al día a la desbordante producción científica iniciaban desde las décadas anteriores un cambio revolucionario en la enseñanza de matemáticas. En noviembre del 1959, las conclusiones del seminario de Royaumont establecieron el camino a seguir para un cambio curricular en un buen número de países. A este nuevo enfoque él le llamó matemática moderna.

En el país esta nueva concepción tuvo gran influencia en el diseño del nuevo currículo de matemática, caracterizado por un cambio en los contenidos y una presentación distinta de toda la asignatura. Se propone la matemática como un sistema axiomático y deductivo, apartado de intuición, pues el nuevo enfoque lo considera como un sistema formal cerrado (Chemello, 1994).

Pero la instrucción de esta matemática moderna no solucionó las dificultades que se esbozaban en la enseñanza, a esta se le llamo matemática tradicional. Se ha abordado con los dicentes el progreso de desarrollo de las destrezas fundamentales incorporadas al aprendizaje de las ecuaciones exponenciales y de las matemáticas y estos tuvieron que enfrentarse a dificultades proveniente de la misma teoría. Conceptos muy abstractos y generales. Así mismo surgieron problemas que provenían de esta enseñanza basada en una formalización muy estricta y que además en la mayoría de los casos resultaba muy prematura.

El nuevo currículo integra esto tres elementos, la nueva tendencia en la educación matemática. Las necesidades concretas de la sociedad y por último los propósitos de la transformación curricular, habrá de propiciar una visión renovada de la matemática y de la educación matemática del país.

La matemática es una ciencia en incesante cambio, que como disciplina escolar tendrá una función principal en la formación del nuevo individuo dominicano y no solo en aquel que utilice como instrumento en su campo de trabajo técnico o profesional. Como proverbialmente se pensaba es una ciencia que está ayudando a asimilar y a innovar el contexto social.

1.1.2 Fundamentos teóricos de las matemáticas

Aun cuando en cada civilización se ha encontrado usos de algún conocimiento matemático y aplicaciones, es virtualmente imposible presentar una definición satisfactoria o una caracterización completa de lo que son las matemáticas. Esta dificultad, quizás, se relaciona con el crecimiento y extensión de esta disciplina. Davis & Hersh (1981) apuntaron que "la definición de las matemáticas cambia. Cada generación y cada matemático notable en esa generación formula una definición de acuerdo a sus luces." (p. 8)

Al indicar la caracterización que se le puede dar a las matemáticas en diferentes épocas y reflexionar con su enseñanza, Hersh (1979) señala la importancia de discutir aspectos de las matemáticas relacionados con su naturaleza.

El asunto entonces no es, cual es el mejor camino para enseñar, sino lo que realmente es la matemática... "controversias acerca de la enseñanza de la matemática a nivel medio superior no pueden ser resueltas sin confrontar problemas acerca de la naturaleza de las matemáticas" (citado en Lerman, 1990, p.54).

El intento de caracterizar a las matemáticas se relaciona con la discusión de cuáles son los fundamentos de esta disciplina. Reflexionar sobre los fundamentos implica abordar la controversia entre diversas escuelas de pensamiento. Por ejemplo, el punto de vista platónico asume que las entidades matemáticas son reales y que existen independientemente del sujeto. Estas entidades no son creadas y no cambian con el tiempo; cualquier indagación dentro de esta corriente posee una respuesta definitiva. Dependiendo si el sujeto puede o no llevar a cabo esta indagación. "De acuerdo con los platónicos, un matemático es un científico empírico similar a un geólogo; no

puede inventar las cosas, porque las cosas existen de antemano. Lo más que puede hacer es descubrirlas" (Davis & Hersh, 1981, p.319).

Otro punto de vista conocido como formalismo relaciona el desarrollo de las matemáticas con un conjunto de axiomas, definiciones, y teoremas. Aquí existen reglas que se usan para derivar y demostrar teoremas, proposiciones, y fórmulas. Aun cuando formalistas y platónicos tienen puntos de vista opuestos acerca de la existencia y realidad de las entidades matemáticas, estas coinciden en cuanto a los principios de razonamiento que son permisibles en la práctica de las matemáticas.

Existe otro punto de vista "el constructivista" que afirma que las matemáticas pueden obtenerse solamente a través de una construcción finita.

Dossey (1992) argumenta que estas tres corrientes de pensamiento consideraban el contenido matemático como un producto. Con los logicistas los contenidos eran los elementos de una matemática clásica, sus definiciones, sus postulados, y sus teoremas. Para los constructivistas, los contenidos eran los teoremas que habían sido construidos a partir de principios vía patrones válidos de razonamiento. En los formalistas las matemáticas contenían estructuras axiomáticas formales para liberar a las matemáticas clásicas de sus problemas.

El impacto de estas escuelas es resumido por Davis & Hersh (1981) como:

La mitad del siglo veinte, el formalismo llegó a ser la actitud filosófica predominante en los libros de texto y programas oficiales de matemáticas. La corriente constructivista permaneció como una herejía con pocos partidarios. La escuela platónica fue y es

compartida por casi todos los matemáticos. Pero similar a una religión escondida, se practica en privado y raramente es mencionada en público (p.339).

Matemáticos como Hardy (1877-1947) opinaron que la elegancia y profundidad de las matemáticas son los principales criterios para desarrollar esta disciplina. En su libro "A Mathematician Apology", Hardy expresó:

...juzgado por todos los estándares prácticos, el valor de mi vida matemática es nula; y fuera del campo de las matemáticas es trivial en cualquier forma... Y sobre la idea de que he creado algo, es realmente irrefutable: la cuestión es acerca de su valor (citado en Davis & Hersh, 1981, p. 86).

1.1.2.1 Aprendizaje

En cada momento que pasa durante el día a día, con cada acción que se realiza, con cada cosa que se observa o escucha se está en un contante aprendizaje de tal forma que esta se convierte en unas de las principales acciones que se realizan si automáticamente.

En este sentido (Ucha, 2009) expresa que el aprendizaje está considerado como una de las principales funciones mentales que presentan los seres humanos, los animales y los sistemas de tipo artificial. En términos generales, "se dice que el aprendizaje es la adquisición de cualquier conocimiento a partir de la información que se percibe" (p. s/p).

Por su parte Gagné (1965, p. 5) define aprendizaje como “un cambio en la disposición o capacidad de las personas que puede retenerse no es atribuible simplemente al proceso de crecimiento”.

Velásquez (2001) enfatiza sobre aprendizaje que:

Es el proceso a través del cual se adquieren o modifican habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento y la observación. Este proceso puede ser analizado desde distintas perspectivas, por lo que existen distintas teorías del aprendizaje. El aprendizaje es una de las funciones mentales más importantes en humanos, animales y sistemas artificiales (p. 1)

Los Procesos de Aprendizaje según cita tomada de González Pineda et al., (2002, p. 95-115) son actividades mentales necesarias para que el sujeto pueda almacenar información en la memoria y utilizarla cuando sea necesario.

Según Beltrán, el término proceso de aprendizaje se utiliza para significar la cadena general de macro-actividades u operaciones mentales implicadas en el acto de aprender, como por ejemplo atención, comprensión, adquisición o reproducción. Son actividades hipotéticas, encubiertas, poco visibles y difícilmente manipulables.

Los procesos se pueden aprender y están presentes durante todas las etapas de aprendizaje, desde que se presenta el estímulo que se tiene que aprender hasta que se aprende. Todos los procesos cumplen alguna función en la transformación de la información (Cano y Justicia, 1996). Para que los procesos puedan desembocar en la adquisición de conocimiento se hace indispensable que se relacionen entre sí y se complementen, por ejemplo, al

seleccionar una información por sus propias características ya está determinando el modo de estructurarla, que a su vez influirá en su posterior interpretación.

Hay que entender que los procesos de aprendizaje son constructos que se han creado para que sea más fácil comprender y describir el conocimiento y el aprendizaje (Cano y Justicia, 1996).

Por su parte Mayer (2008), propone un modelo con los factores observables y no observables de los procesos de aprendizaje, siendo éstos: Métodos de instrucción, características del alumno, procesos de aprendizaje y resultados de éste.

Sobre los procesos Mayer propone distinguir tres clases: a) de selección, referidos a la capacidad del sujeto de distinguir información relevante; b) de organización, referidos al hecho de ordenar la información ya seleccionada en un todo coherente y c) de integración, referidos a la construcción de conexiones entre la nueva información y la que ya se tenía. En el modelo también encontramos un proceso implícito, el control.

El control está relacionado con la metacognición, cuyo desarrollo es modulado por (Flavell, 1976): Las variables de la persona (conocimiento sobre uno mismo y los demás), de la tarea (conocimiento de las demandas de la tarea) y de estrategia (conocimiento sobre la experiencia de la realización de tareas anteriores).

Sobre los resultados Mayer, propone que su calidad dependerá de las estrategias y procesos utilizados por el sujeto. Tres tipos de resultados: Sin aprendizaje, con aprendizaje memorístico o no significativo y con aprendizaje integrado.

1.1.2.2 Tipos de aprendizaje

Según Gómez A. (2005) los tipos de aprendizaje son los siguientes:

- Aprendizaje receptivo: en este tipo de aprendizaje el docente sólo imita lo que ve o escucha no crea nada.
- Aprendizaje por descubrimiento: en este tipo de aprendizaje docente recibe los nuevos conocimientos, los transforma y relación con otros ya existente en su memoria.
- Aprendizaje repetitivo: en este tipo de aprendizaje solo traducimos lo que se observa y escucha sin modificarlo, entenderlo, por lo tanto no tiene motivación para estudiarlo
- Aprendizaje significativo: es el que el docente puede relacionar los saberes adquirido anteriormente con los obtenidos recientemente dándole significado a su estructura del conocimiento.
- Aprendizaje observacional: clase de aprendizaje que se da al observar la conducta de otra docente, llamada piloto de prueba.
- Aprendizaje latente: en este se acondiciona a los docentes para obtener una nueva conducta, manifestándose luego de brindarle un premio o recompensa.

1.1.2.3 La teoría del aprendizaje significativo

La teoría del aprendizaje significativo es la propuesta que formuló David P. Ausubel en 1963 en un contexto, ante el conductismo dominante, se tanteó como alternativa un modelo de enseñanza/aprendizaje asentado en el descubrimiento, que privilegiaba el activismo y postulaba que se aprende aquello que se descubre. Ausubel entiende que el mecanismo humano de aprendizaje por excelencia para aumentar y preservar los conocimientos es el aprendizaje receptivo significativo, con relación al salón de clase y al diario vivir Ausubel (1976, 2002).

No es obligatorio, desde esta orientación, revelar todo es muy lento y poco seguro. ¿Cómo se determina esta propuesta? ¿Cuáles son los aportes de Ausubel? Es una suposición psicológica del aprendizaje en el salón de clase. ¿Qué quiere decir esto? Significa que es un referente que pretende dar cuenta de los mecanismos por los que se lleva a cabo la adquisición y la retención de los grandes cuerpos de significado que se manejan en la escuela.

Es una teoría psicológica porque se encarga de los procesos que la persona pone en juego para crear su discernimiento; centrado la atención en lo que ocurre en la clase cuando los dicentes aprenden; en el contexto de ese aprendizaje; en las condiciones que se requieren para que éste se produzca; en sus soluciones y, razonablemente, en su evaluación (Ausubel, 1976).

También es una teoría de aprendizaje porque ese es su fin, ya que abarca cada uno de los elementos y componentes que acreditan la ganancia, la asimilación y la conservación del contenido que el plantel ofrece al dicente, de modo que obtenga significado para el mismo. (Rodríguez, 2004 a, 2008).

La teoría del aprendizaje significativo es una teoría que, eventualmente por ocuparse de lo que ocurre en el aula y de cómo facilitar los aprendizajes que en ella se generan, ha impactado profundamente en los docentes. Por lo tanto, es interesante la trivialización de su constructo central, el uso tan superficial del mismo y los distintos sentidos que se le atribuyen (Moreira, 2012), hasta el extremo de que frecuentemente ni tan siquiera se asocia con la teoría de la que forma parte y que le da razón de ser. Por eso es necesario revisarlo desde la concepción original que su autor le atribuyó, hasta los sentidos que ha ido adquiriendo para arreglarlas consideraciones que hoy se le atañe al aprendizaje significativo.

1.1.2.4 Significado del aprendizaje significativo

Hay ideas que merecen ser recordadas tal y como se originaron en las cabezas de aquellos que dedicaron gran parte de su vida a un estudio determinado, un ejemplo es el ¿Aprendizaje significativo concebido en un principio originalmente por Ausubel? Según el (2002):

El aprendizaje y la retención de carácter significativo, basados en la recepción, son importantes en la educación porque son los mecanismos humanos para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas y de información que constituye cualquier campo de conocimiento. Sin duda la adquisición y la retención de grandes corpus de información es un fenómeno impresionante si se tiene presente, en primer lugar, que los seres humanos, a diferencia de los ordenadores, sólo podemos captar y recordar de inmediato unos cuantos elementos discretos de información que se presenten una sola vez y, en segundo lugar, que la memoria para listas aprendidas de una manera memorista que son objeto de múltiples presentaciones es notoriamente limitada tanto en el tiempo como

en relación con la longitud de la lista, a menos que se sometan a un intenso sobre aprendizaje y a una frecuente reproducción. La enorme eficacia del aprendizaje significativo se basa en sus dos características principales: su carácter no arbitrario y su sustancialidad (no literalidad). (p. 47)

Éste es la magia notable de la teoría que Ausubel elaboro; según él, los dicentes no inician su aprendizaje de cero, sino que aportan a ese proceso de adaptación de significados sus costumbres y saberes de tal manera que éstos condicionan aquello que aprenden y, si son explicitados y manejados convenientemente, pueden ser aprovechados para mejorar el proceso de aprendizaje y para hacerlo significativo. El papel del profesor está, por ende, en llevar a cabo esa manipulación de manera eficaz.

El aprendizaje significativo sigue teniendo el mismo significado que Ausubel le dio hace más de 50 años. Aunque muchas cosas han pasado y muchos son los aportes que se han hecho a lo largo de la historia. La conceptualización original del mismo sigue siendo legítima.

Ausubel (1963) definió tres condiciones básicas para que se produzca el aprendizaje significativo:

- 1. Que los materiales de enseñanza estén estructurados lógicamente con una jerarquía conceptual, situándose en la parte superior los más generales, inclusivos y poco diferenciados.*
- 2. Que se organice la enseñanza respetando la estructura psicológica del alumno, es decir, sus conocimientos previos y sus estilos de aprendizaje.*
- 3. Que los alumnos estén motivados para aprender. (p. 13)*

Las ventajas de este aprendizaje para Pérez Gómez (2006), es que el aprendizaje significativo tiene valor de oscilar, porque se rehacen los esquemas cognitivos de los docentes y presume creación y aplicación de ese saber para quien lo edifica. Cuando se aprende elocuentemente, la información que se aprende se retiene por más tiempo; por el contrario, si el aprendizaje es mecánico, la única probabilidad de uso es provechosa y en un corto espacio de tiempo (lo que sucede ante una prueba escrita y al otro día no se recuerda).

1.1.2.5 El enfoque constructivista.

Siguiendo las indagaciones de Piaget sobre el avance genético de la inteligencia van construyendo los enfoques constructivistas, hasta que según M.A. Campos y S. Gaspar afirman que “el constructivismo es hoy en día el paradigma predominante en la investigación cognoscitiva en educación.”

Novak, a partir de las teorías de Ausubel sobre la asimilación de los conocimientos, enfatiza que “el nuevo aprendizaje depende de la cantidad y de la calidad de las estructuras de organización cognoscitivas existentes en la persona”. La psicopedagogía aporta la información sobre cómo aprenden los alumnos y cómo construyen los conocimientos científicos.

Macedo y Niedo (1997) las teorías de Piaget (biólogo, psicólogo y epistemólogo suizo) señalan el punto de partida de las concepciones constructivistas del aprendizaje como “un proceso de construcción interno, activo e individual.” (p. 41)

También para Piaget, conviene recordarlo, el “mecanismo básico de adquisición de conocimientos consiste en un proceso en el que las nuevas informaciones se incorporan a los esquemas o estructuras preexistentes en la

mente de las personas, que se modifican y reorganizan según un mecanismo de asimilación y acomodación facilitado por la actividad del alumno”. (Ibid, p. 41)

El concepto básico aportado por Vygotsky es el de “zona de desarrollo próximo”. Este concepto es importante, pues define la zona donde la acción del profesor, guía o tutor es de especial incidencia. La teoría de Vygotsky concede al docente un papel esencial como “facilitador” del desarrollo de estructuras mentales en el alumno, para que éste sea capaz de construir aprendizajes cada vez más complejos. A este respecto, Nieda y Macedo señalan lo siguiente:

La idea sobre la construcción de conocimientos evoluciona desde la concepción piagetiana de un proceso fundamentalmente individual con un papel más bien secundario del profesor, a una consideración de construcción social donde la interacción con los demás a través del lenguaje es muy importante. Por consiguiente, el profesor adquiere especial protagonismo, al ser un agente que facilita el andamiaje para la superación del propio desarrollo cognitivo personal.

La gran diferencia entre las aportaciones de Piaget y las de Vygotsky consiste en el mayor énfasis que pone el segundo en la influencia del aprendizaje en el desarrollo. Para Vygotsky el aprendizaje contribuye al desarrollo, es decir, es capaz de tirar de él; esta consideración asigna al profesor y a la escuela un papel relevante, al conceder a la acción didáctica la posibilidad de influir en el mayor desarrollo cognitivo del alumno.

En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es un plagio tal y cual es la realidad, sino una reconstrucción del ser humano.

¿Con qué instrumentos realiza la persona dicha construcción? Fundamentalmente con los conocimientos que previamente ha cosechado con relación al mundo que habita.

De acuerdo (Vigotsky) “dicho proceso de construcción depende de dos aspectos fundamentales:

1. De los conocimientos previos o representación que se tenga de la nueva información, o de la actividad o tarea a resolver.
2. De la actividad externa o interna que el aprendiz realice al respecto”. (p. 26)

1.1.2.6 La teoría constructivista de Jean Piaget

La teoría constructivista de Jean Piaget, no constituye para nada una solución simplista a un problema tan complejo como el desarrollo cognoscitivo, si se tiene en cuenta que el conocimiento se produce como un proceso complejo de construcción por parte sujeto en interacción con la realidad, no se trata del mero hecho de obtener respuestas, sino que lo verdaderamente importante es como se produce el aprendizaje.

La dirección ontogenética del constructivismo concibe que el desarrollo cognoscitivo del sujeto parte de formas hereditarias muy elementales, para ser construido por él mediante un proceso psicogenético, en correspondencia con la idea central del constructivismo general de que el acto de conocer consiste en una construcción progresiva del objeto por parte del sujeto. Con respecto a esto Piaget en su teoría enfatiza en los aspectos endógenos e individuales de dicho proceso por medio de la definición de equilibración, el cual permite explicar el carácter constructivista de la inteligencia mediante una secuencia de momentos de desequilibrio y equilibrios, donde el desequilibrio es

provocado por las perturbaciones exteriores y la actividad del sujeto permite compensarlas para lograr nuevamente el equilibrio. (Piaget, 1969)

Cada estadio según la teoría de Piaget sufre límites de edad que pueden variar en los distintos grupos poblacionales, de acuerdo al contexto en que se desarrolle su formación, la cultura que tengan, entre otros. Las adquisiciones cognitivas en cada estadio no son productos intelectuales aislados, sino que guardan una estrecha relación, formando lo que suele denominarse una estructura de conjunto. En este proceso cada estructura resulta de la precedente y pasa a subordinarse a la anterior. (Piaget, 1969)

1.1.2.7 Los diferentes trabajos del desarrollo intelectual por Piaget son:

Sensorio-motriz (0-2 años). En esta etapa la construcción del juicio comienza con el ejercicio de los reflejos innatos, que luego permiten el desarrollo de los esquemas por el ejercicio y la coordinación hasta llegar al descubrimiento de procesamientos mentales. Un fruto significativo que tuvo esta etapa es la capacidad que aprende el sujeto para enmarcar el mundo como un lugar donde el individuo puede estar o no estar. Hay un avance en el plano afectivo. (Piaget, 1968 b)

Operaciones concretas (2-11 años). En este estadio se desarrolla la inteligencia representativa, que Piaget concibe en dos fases: La 1ra de ellas (2 a 7 años), en esta los sujetos utilizan varios bosquejos característicos como el lenguaje, el juego simbólico, la imaginación y el dibujo.

La 2^{da} de estas fases (7- 12 años) es enjuiciada por como la fase de las operaciones concretas en el cual los sujetos desarrollan sus bosquejos operatorios, infieren sobre las transformaciones y no se dejan guiar por los

aspectos perceptivos. Esta se piensa como una etapa de transformación entre la acción directa y las estructuras lógicas más habituales que aparecen en el estadio. (Piaget, 1968 b)

Operaciones formales (12 años en adelante): en esta etapa se desarrolla la inteligencia formal, donde todas las operaciones y las capacidades anteriores siguen presentes. El pensamiento formal es cambiante, intrínseco y constituido. Las operaciones comprenden el saber científico. Se fundamenta por la creación de conjetura y el razonamiento sobre las proposiciones sin tener presentes los objetos. Esta estructura del pensamiento se vincula cercana a la adolescencia y es cuando comienza a unir objetos metódicamente. (Piaget, 1968 b)

El tercer elemento es la experiencia, que según él puede ser de varias clases. Por una parte, se tendría el simple ejercicio o la reproducción de un ejercicio sobre una cosa. Una segunda clase de experiencia sería la física, que consisten en un proceso de acercamiento por el que el dicente es capaz de relacionar una característica de las demás, que son desechadas. Finalmente, una tercera clase sería la experiencia lógico-matemática.

1.1.2.8 Teoría de Piaget para la pedagogía actual

El conocimiento no proviene de las características de las personas sobre el que se procede, sino más bien de las propiedades de las acciones efectuadas sobre ellos. El tipo de abstracción que supone este tipo de experiencia lógico-matemática es denominado abstracción reflexionante. (Coll y Martí, 2001)

Desde el punto de vista piagetiano el conocimiento resulta de la relación entre sujeto y objeto, es decir que el conocimiento no está en los objetos, ni

en el sujeto sino en la relación entre ambos. De esta manera el aprendizaje está determinado por las fases del desarrollo por las que atraviesa la formación del conocimiento. Estas ideas representan una importante base de razones para la ordenación de los currículos escolares. (Rodríguez, 1999)

La teoría de Piaget auxilió además a desarrollar el sistema de enseñanza que estimular el aprendizaje dinámico, al considerar que los conocimientos necesitan ser contruidos activamente por el propio sujeto para poder realmente ser comprendidos. (Rodríguez, 1999)

1.1.3 Reseña histórica de estrategia.

El hombre queriendo dar soluciones satisfactorias buscaba la mejor forma de dar respuesta a los problemas que se les presentaban en diferentes contextos del mundo real. A esa manera o forma de resolver una situación es lo que conoce como estrategia.

(Acero, 2013)Expresa que:

La estrategia nace primero como el arte de la guerra, donde se requiere saber más que el enemigo, y después, surge como el arte de la paz, con un equilibrio social que se orienta a la dirección específica de un asunto para concluir posteriormente como concepto base de disciplina científica. La estrategia está vinculada al ámbito matemático a través de la teoría de juegos, la cual es aplicable a la solución de problemas en situaciones de conflicto o competencia (p. 5).

En ese mismo orden el Diccionario de la Lengua Española define estrategia como “el arte de dirigir las operaciones militares, arte, trazado para

dirigir un asunto, conjunto de las reglas que aseguran una decisión óptima en cada momento” (edimat libros, S. A, 2006. p. 105).

Como se puede notar las estrategias se utilizan en otros entornos para lograr un fin máximo, aprender o ganar utilizando pautas a seguir o es una planeación estratégica que sigue unos lineamiento o cierto orden lógico previendo la mayor ganancia y minimizando las pérdidas; y así obtener un resultado benéfico; así mismo en matemática son utilizadas por los profesores para lograr un aprendizaje significativo.

1.1.3.1 Estrategias de enseñanza y aprendizaje.

Cuando se habla de estrategias de aprendizaje se hace referencia a procedimientos internos no observables que activan los procesos de aprendizaje que las personas utilizan. (Tomado de: Coll et al., 2001, González-Pineda et al., 2002, p. 95-115).

Sirven también para traducir de modo eficaz y eficiente la información en respuesta (Cano y Justicia, 1996). Las estrategias cumplen una función catalizadora entre los procesos que se necesitan para adquirir conocimiento y las habilidades específicas que son necesarias para dominar cada proceso particular. Las habilidades específicas que se acaban de nombrar se desarrollan mediante técnicas, entrenamiento y práctica. Las técnicas serían entonces las actividades que se llevan a cabo cuando se aprende (Cano y Justicia, 1996).

Es necesario en este punto aclarar, antes de profundizar más en el tema, los términos táctica de aprendizaje y estilo de aprendizaje. En primer lugar, cuando se habla de táctica de aprendizaje se hace referencia a la ordenación o disposición de una o varias habilidades específicas al servicio de una

estrategia o plan general (Snowman, 1986). Una táctica se convierte en tal, solo cuando se ha especificado de una forma concreta el momento en el que se desarrolla dentro de una estrategia de aprendizaje. Por tanto, jerárquicamente hablando, las estrategias de aprendizaje estarían por encima de las tácticas aunque trabajen conjuntamente para producir un aprendizaje unificado (Schmeck, 1988). Por otra parte, si se trata de estilos de aprendizaje se alude a la predisposición intrínseca de las personas a utilizar una estrategia en particular de aprendizaje, independientemente de lo que requiera la tarea concreta.

De acuerdo con González, Mayor y Suengas (1993) hablaron de dimensiones más que de características y recalcan tres de ellas:

- 1. La estrategia puede ser consciente-inconsciente, sacudiéndose entre un incesante, la cual puede ser claramente vigilada o automática en otro.*
- 2. Puede ser autodirigida o heterodirigida, ya que puede ser completa y espontánea, también puede ser participativa y mediada por la educación.*
- 3. También se puede ir desde lo general y utilizar cualquier escenario del aprendizaje (genérica) a lo aplicable a algún campo exclusivo (específico).*

Además las Estrategias de Aprendizaje son procesos que facilitan el progreso académico en los alumnos. Su correlación positiva con éste ha sido demostrada en diversas ocasiones y estructuran el procesamiento de información para facilitar el mismo. Las estrategias que deben enseñarse dependen, básicamente, del contexto, (Donker, 2014).

Pero no todas las estrategias son igualmente válidas ni eficaces, tal y como indica (Dunlosky, 2013): el resumen, el subrayado, el uso de palabras claves o la relectura muestran una eficacia baja, mientras que la autoevaluación y la práctica distribuida muestran una gran utilidad. Otras investigaciones (Hattie, 1996), demuestran que generalmente, las técnicas de estudio no sirven de igual forma, pero hay estudios que afirman que un 34% de los estudiantes aprenden mejor tomando notas y un 94% con técnicas de lectura y estudio.

Para Kiewra (2002), afirma que una buena estrategia de estudio está formada por los siguientes componentes: tomar notas, organizar notas, relacionar conceptos y preparar el examen usando test o exámenes previos.

Finalmente señala que la relevancia educativa del tema reside en el alto fracaso escolar existente en la actualidad, alumnos a los que ha quedado demostrado que les falta "inteligencia para aprender de manera eficaz". Las causas son muy complejas, pero destacan la deficiencia de habilidades cognitivas y metacognitivas.

Hay casos en los que esas carencias se traducen en estrategias inadecuadas, los alumnos se esfuerzan y no rinden. La capacidad estratégica se ha aprendido usualmente por ensayo y error, copiando lo que hacen otros o por descubrimiento; casi nunca a través de una enseñanza explícita, (Gallardo, 1995).

Las estrategias de enseñanza y de aprendizaje según el Ministerio de Educación de la República Dominicana (2017) en su Diseño Curricular Nivel Secundaria segundo Ciclo afirma que:

Son sucesiones de acciones y métodos, establecidos y planeados metódicamente, para afirmar la construcción de saberes y el perfeccionamiento de competencias. Permiten que el docente afronte varias condiciones y así pueda aplicar lo que ha aprendido en cualquier ámbito de su vida. Las estrategias son intervenciones pedagógicas realizadas en el ámbito escolar que potencian y mejoran los procesos y resultados del aprendizaje. (p. 42-51)

Las estrategias son seleccionadas y diseñadas por el educador con intencionalidad didáctica para apoyar el desarrollo de las competencias en el marco de las circunstancias de aprendizaje. El desarrollo de las capacidades en los estudiantes requiere de un facilitador competente de ajustar procesos y habilidades de pensamiento, indagación, actitud científica, rectitud, reflexividad, sistematicidad, creatividad y criticidad.

De la misma forma Navarro (2010) define estrategia como “*Los procedimientos que utiliza el profesor en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos*”. Navarro (2010) continúa diciendo “*que las estrategias son efectivas en la medida en que promuevan en los docentes:*

- *Aprendizaje significativo*
- *Actividad constructiva*
- *Reflexión*
- *Colaboración*
- *Proactividad y autonomía*”

1.1.3.2 Clasificación de estrategia según MINERD

Según el Diseño Curricular en su revisión del 2017 señala algunas estrategias y técnicas que se consideran eficaces para el aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias, estas son:

a) La pregunta y el diálogo socrático (indagación dialógica o cuestionamiento)

Dependiendo de las preguntas que se formulen en una aula de penderá se reflejara nivel intelectual de los dicente. En este sentido, las interrogantes puede ser la herramienta de supremacía y sometimiento o de autonomía e independencia intelectual. El estudiante que solo aprendió a contestar o a hacer preguntas cerradas en las que nada más se pide información, se informa, pero no necesariamente comprende y mucho menos analiza, evalúa o se plantea problemas. Es importante que los y las docentes formulen preguntas abiertas que estimulen el desarrollo del pensamiento y de las competencias.

b) El aprendizaje basado en problemas (ABP)

El Aprendizaje Basado en Problemas es una estrategia de enseñanza-aprendizaje que ayuda al estudiante a desarrollar habilidades porque abarca en un mismo proceso el aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes de varias áreas y disciplina. En esta estrategia maestro actúa como un facilitador del proceso suministrando soporte y practicas al alumno quien es el verdadero actor principal de su aprendizaje.

c) El estudio de caso.

Es una estrategia de instrucción en la que el docente enfrenta problemas concretos o caso de la vida real. Para resolver los casos, los y las estudiantes deben ser capaces de analizar datos y hechos que se refieren a una o varias áreas del saber, para obtener a una conclusión fundada de manera conjunta.

El análisis de situaciones provoca la cooperación de los y las discentes, ampliando su ánimo creativo y crítico. También hace que los alumnos tomen sus decisiones, la exposición, la defensa y comparación de los argumentos. Además, lleva a los docentes a razonar y a comparar sus soluciones con las de otros y otras, a enunciar sus explicaciones y a admitir las de los demás. De esta manera aprender a trabajar de forma conjunta.

d) El Aprendizaje basado en proyectos

Es una estrategia de aprendizaje en la que los docentes planean, implementan y evalúan proyectos que tienen aplicación en el mundo real más allá del aula de clase. Para la ejecución de esta estrategia se elige, junto a los docentes, una realidad que lo incentive y que esté asociada a diferentes competencias, además se colocan soluciones deseadas y así asegurar la colaboración de todos los docentes en el proceso, e integrando todos los actores de la educación de su entorno. Antes se organiza todo el proceso como: elementos, documentos, herramientas, investigaciones que serán útiles para la presentación de los resultados y analizar su alcance.

e) El debate

El Debate es una estrategia que permite que el/la estudiante enfoque sus esfuerzos en aprender aquellos contenidos, temas, informaciones y destrezas

que va a utilizar para defender una posición o moción. En el debate varios dicentes exponen tesis diferentes sobre una cuestión seleccionada. El Debate también puede realizarse entre dos grupos de dicentes.

f) Estrategias de recuperación de experiencias previas

Esta prioriza los conocimientos notorios que avalen el aprendizaje significativo. Se puede obtener del medio donde se desarrolla o donde se relaciona el dicente, también donde hace su vida útil dentro y fuera del aula. Se pueden tomar de las actividades de los demás observadas por él. Se organizan actividades a diferentes lugares para tomar apunte de los observados y de la forma como la toma.

Estas estrategias son valiosas si, se pueden utilizar todos los sentidos del cuerpo humano y que además son prioritaria volver a utilizar en un momento determinado en cualquier actividad que se realice.

g) Estrategias expositivas de conocimientos elaborados y/o acumulados.

En esta todos los recursos y materiales didácticos variados (humanos, tecnológicos y todo lo que se pueda utilizar del medio donde se labore). Se pueden utilizar en dicha estrategia cualquier persona de la escuela, del entorno o cualquiera que tenga conocimiento del tema a debatir o que sea útil en el aprendizaje del dicente.

h) Estrategias de descubrimiento e indagación

De acuerdo con los pensamiento de Barbosa (2011), este concluyó que:

Las estrategias de indagación consisten en un conjunto de actividades organizadas y estructuradas que tienen como propósito facilitar la generación de nuevos aprendizajes, la socialización y clarificación del conocimiento, a través de la observación y análisis de situaciones o problemáticas, donde los estudiantes y el docente interactúan constantemente en el proceso de enseñanza aprendizaje. (p. s/p)

Estas estrategias permiten el desarrollo del pensamiento crítico, facilitan examinarla información, promueven el trabajo en conjunto y se forman en elementos de gran importancia en el proceso educativo porque ayudan a los docentes a transformar la información y determinar el resultado de problemas.

i) Estrategias de inserción de docentes y docentes.

Busca que el estudiante aprenda acudiendo a la realidad del tema tratado de tal forma que pueda compenetrarse con el mundo que le rodea y puedas hacer de lo que aprende un conocimiento significativo. Para esto es necesario que el docente lleve al docente al lugar de los hechos ya sea con una visita u otro medio que facilite la interacción con las evidencias palpables.

Lo que se busca es que el aprendizaje no sea ficticio y abstracto si no que lo que aprenda pueda ser utilizado para dar soluciones a los problemas que se le vallan presentando en la realidad permitiéndole una vida útil, más placentera y fructífera para el mismo y la sociedad.

j) Estrategias de socialización centradas en actividades de grupos

Los docentes opinan libremente sobre el tema, determinan los problemas y dan soluciones. Este tipo de estrategias permite el libre uso de actividades donde se involucren más de una persona para desarrollar la actitud de cooperación y solidaridad en cada docente y puedan ser ente sociable capaz de trabajar en grupos. El MINERD (2017) plantea algunas actividades que pueden ser utilizada como “son dramas, obras de teatro, la realización de revistas y publicaciones estudiantiles, juegos de roles y trabajo de equipos para atender intereses específicos: el baile, la ejecución musical, la plástica, entre otras actividades” (p. 52).

1.1.3.3 Otra clasificación de estrategias

Según Cano y Justicia, (1996, p. 126-134) es la siguiente:

- **Estrategias Cognitivas:** Estas estrategias actúan sobre una sola tarea para hacer más sutil su procesamiento de incorporación por un sistema cognitivo. Son muy sencilla de instruir, pero no pueden aplicar otra asignatura. Continuando con la clasificación de Weinstein y Mayer (1986), estos la dividen:
- **De repetición:** Esta estrategia ayuda al recuerdo de información de manera exacta. Para Beltrán (1996), la reproducción es muy deslucida en la mayor parte de los sistemas educativos, siendo el problema más relevante que los docentes que la usan de manera privilegiada.
- **De elaboración:** Sirven para dar significado a la información, así como para añadir datos nuevos a la información que ya tenemos (esto es a lo

que se le llama aprendizaje significativo). Weinstein y Mayer (1986) demostraron que el uso de estrategias de elaboración facilita el recuerdo de la información.

- **De organización:** Son aquellas que permiten el análisis de la información para poder seleccionar las ideas principales o que son objeto de interés. Según algunos autores este tipo de estrategias se subdividirían a su vez en estrategias de selección o de especialización o atencionales y estrategias de organización o combinación selectiva (Beltrán, 1996).
- **Estrategias de apoyo:** En estas se necesita que el docente estimule a los dicentes para que logren asimilar lo enseñado, en el caso de esta investigación la matemática. Cano y Justicia (1996), dicen que: “esta estrategia de apoyo se dirige al control de los recursos no cognitivos que maneja el estudiante para así manejar su rendimiento”.
- **Estrategias metacognitivas:** Metacognición es “la capacidad que tenemos de autorregular el propio aprendizaje”. Esta estrategia consta de dos dimensiones:
- **Dimensión cognitiva:** Implica un examen activo que ayudará a regular las cogniciones. Esta dimensión requiere ser consciente de la existencia de tres tipos de variables como son las variables de persona, de tarea y de estrategia. Las variables de personas están referidas a los conocimientos y creencias sobre nosotros mismos como procesadores y nos permite determinar lo que necesitamos para poder realizar una tarea y los recursos que debemos utilizar. Para McCombs (1991) es básico conocer “quién se es y quién se podría ser”, y especialmente “comprender nuestro propio yo como constructor de esa

conceptualización”, lo cual estaría muy relacionado con las cogniciones de la motivación.

- **Dimensión reguladora:** Este tipo de estrategias se pueden utilizar tanto antes, durante como después de realizar la tarea. El orden estándar se usa antes de ejecutar la tarea las actividades de planificación, durante la realización de las asignaciones de inspección y orientación de los saberes y luego de las asignaciones de evaluación de resultados. Esto no tiene que ser siempre en ese orden. Según Justicia (1996) “se trata de tres procesos altamente interactivos, superpuestos y recurrentes”.

1.1.3.4 Elección de estrategia de aprendizaje.

Según (Plaza, 2011, pág. 1) para que nuestro alumnado emplee las estrategias de aprendizaje más adecuadas, necesita adecuar su forma de actuar (lo que razonar e imagina), en la forma de la realización de una asignación y a los contextos en que se origina. Para que esta acción sea tomada como estratégica se necesita cumplir los siguientes objetivos:

- Reflexionar, de manera continua, sobre el propósito del trabajo a realizar.
- Planear como va a hacer realizado: además necesita de varios tipos de recursos entre los que pueden distinguir.
- Llevar a cabo la tarea.
- Autoevaluación de su actuación, para ver si ha sido la más indicada.
- Recordar el conocimiento aprendido para saber cuándo puede retornar a usar esa estrategia, de qué forma se puede utilizar y cuáles son los beneficios de este procedimiento.

A la hora de la elección de las estrategias; la labor como docentes, es que el alumnado conozca cuales debe elegir, dentro de las que conoce, las más adecuadas dependiendo de varios criterios como son:

- Los contenidos; que pueden ser conceptuales, procedimentales o actitudinales.
- Los conocimientos previos sobre esos contenidos.
- Cuáles son las condiciones en las que se debe producir el aprendizaje.
- Como va a ser evaluado su trabajo.

1.1.3.5 Estrategias utilizadas por Singapur en prueba PISA

Singapur ha sido uno de los países que ha quedado en los primeros lugares en las diferentes pruebas de conocimiento que se aplican a nivel internacional para medir los estándares o nivel de la educación.

Para(Castillo, 2014), Singapur, unos de los países que ha quedado en los primeros lugares en esta prueba expresa que: “la clave radica en su metodología de enseñanza, Método Singapur,” (p. 2)

1.1.3.6 Aspectos generales del Método Singapur

Castillo (2014) expresaque este método cosiste en:

Lo concreto donde se tocan las cosas, se huelen, se doblan, se manipulan. El segundo paso es aprender a representar pictóricamente aquel objeto con el que están trabajando y de allí llevarlo al plano abstracto de los signos. “El método tradicional, en cambio, parte de la abstracción. Se presentan las cosas de manera

abstracta con símbolos que representan cosas. Un signo representa dos unidades, pero nunca vi el dos” (Ibid).

Otra característica que lo separa del método tradicional es el sistema de espiral. “el profesor repite los temas innumerables veces, pero cada vez en menor profundidad. Entonces, cuando el estudiante pierde la oportunidad de aprender, siempre va a haber una segunda oportunidad para aprender, una tercera, una cuarta.” (Ibid)

El método Singapur se basa en la metacognición, un proceso por el cual el profesor observa el proceso que sigue el alumno para aprender y cómo está pensando. El directivo de Marshall Cavendish manifestó que lo pedagógico de este aspecto es que los niños aprenden a trabajar en grupo y a hacerlo con terceros, pero individualmente. “Aunque haya otros puedo concentrarme y trabajar solo y no tengo que ir a un rincón a encerrarme” (Ibid)

Además, a diferencia del método tradicional donde solo hay una manera de hacer las cosas (sumar, dividir, entre otros) y lo que importa es el resultado, en el método Singapur lo importante es el proceso que hay atrás del resultado. Por eso, en todos los problemas tienen que haber al menos dos caminos a seguir. “La matemática es solo una excusa. Lo que te enseñan es a cuestionar, a buscar otra alternativa, a aceptar la diversidad, a quererla, a entenderla como necesaria, a entender que mi camino no es el único” (Ibid)

1.1.4 Competencias.

Cada docente o cada individuo de esta sociedad además de una buena educación esto deben tener cualidades, habilidades y destrezas que le ayuden a realizarse como ente productivo y exitoso. Esto que debe tener se engloba en una sola palabra competencias.

Para Alonso (2008) que está de acuerdo con la definición oficial de la Comisión Europea, concluye que competencia es:

La capacidad demostrada de utilizar conocimientos y destrezas. El conocimiento es el resultado de la asimilación de información que tiene lugar en el proceso de aprendizaje. La destreza es la habilidad para aplicar conocimientos y utilizar técnicas a fin de completar tareas y resolver problemas. (P. 24).

El conjunto de saberes, habilidades y condiciones fundamentales para que todos los docentes puedan tener una vida duradera como órgano participativo de la comunidad donde se desenvuelve. Ser competente en un ámbito o actividad significa, desde este enfoque, ser capaz de aplicar los saberes oportunos para resolver problemas relacionados con dicho ámbito. En la vida estudiantil competencias quiere decir, algunas habilidades o virtudes para actuar de forma correcta frente a una determinada situación del contexto. Implica el uso eficaz de todo tipo de conocimientos

En el mismo orden (Zabala, 2007) recoge varios ejemplos de definiciones, descritas en el ámbito profesional o el educativo, enfatizando la definición de competencia que realiza el autor, delimitando y contextualizando el objeto de estudio a la educación: “Es la capacidad o habilidad de efectuar tareas o hacer frente a situaciones diversas de forma eficaz en un contexto determinado. Exige movilizar actitudes, habilidades y conocimientos al mismo tiempo y de forma interrelacionada”. (p. 43)

Para la UNESCO según Argudín (2005) ha considerado una definición propia de competencia, la cual es “conjunto de comportamientos socio afectivos y habilidades cognoscitivas, psicológicas, sensoriales y motoras que

permiten llevar a cabo adecuadamente un desempeño, una función, una actividad o una tarea.” (p. 12)

Las competencias exigen conocimientos, pero nunca se pueden disociar de la acción. Por lo tanto, “las competencias no son una cosa, esto es no hay ningún objeto al que podamos identificar como tal, sino que son una forma. Atendiendo a esta idea, las competencias vendrían dadas por la forma en que una persona logra configurar su mentalidad (estructura mental) para superar con éxito una determinada situación”. (Moya, 2007, p. 30).

En la educación, ya no se puede plantear la aplicación exclusivamente de conocimientos que permitan la aprobación de un currículo formal basado exclusivamente en saberes, sino que hay que aplicar, unas habilidades concretas en circunstancias concretas. Para Perrenoud (1999), la competencia es aquella “capacidad de actuar eficazmente en un número determinado de situaciones, capacidad basada en los conocimientos pero que no se limita a ellos.” (p.7)

Fernández & Salinero (2006), plantean que las competencias son tomadas como “una estructura compleja de propiedades obligatorias para el desenvolvimiento en diferentes entornos, donde se mezclan los conocimientos (tácitos y explícitos), habilidades, actitudes y valores, con tareas que se tienen que desempeñar en determinadas situaciones.” (p. 139)

El concepto de competencia debe ser tomado como un “saber a ser razonado”. Este saber puede vincularse al que sostienen Gallart y Jacinto (1997), al decir que las competencias son los conocimientos necesarios para la resolución de problemas, pero que no son mecánicamente transmisibles.

Todos estos planteamientos llevan a concluir que las competencias no se mueven en el terreno de las reglas fijas que permiten ser aplicadas en las mismas situaciones; ni las situaciones son las mismas en sus características, ni siempre se aplican las competencias de la misma forma, pudiendo existir matices.

En ese orden, Ravela (2002, p. 11) manifiesta que “una competencia es definida como la habilidad para enfrentar en forma satisfactoria demandas complejas en un contexto particular, mediante la movilización de recursos psicológicos cognitivos y no cognitivos”. En esta definición se enfatiza que:

- a)** Los resultados que el individuo logra a través de acciones, decisiones o formas de comportarse, respecto a demandas externas relacionadas con su profesión u ocupación, su rol social o su proyecto personal. Se destacan las competencias en relación con la capacidad del individuo para responder a los desafíos complejos que encuentra en la vida real.

- b)** La estructura mental interna del individuo que involucra, conocimientos, habilidades cognitivas, habilidades prácticas, actitudes, emociones, valores y ética, motivación. Las competencias no se reducen a un listado de habilidades para realizar determinadas cosas.

- c)** Los individuos no actúan en un vacío social. Las acciones siempre tienen lugar en un ambiente socio-cultural, en un contexto estructurado en múltiples campos (el político, el del trabajo, la salud, la familia), cada uno de ellos consistente de un conjunto estructurado de posiciones sociales organizadas dinámicamente alrededor de un conjunto dado de intereses y desafíos sociales.

Una competencia se puede considerar un ejercicio propuesto, lo que simboliza que es conjunto del contexto o entorno en la que se revela. De manera que una competencia está conexas con ciertas ocupaciones que para nada tiene que ver con la memorización y el tradicionalismo. Estas se enlazan a las teorías del aprendizaje situado y a la Enseñanza para la comprensión (EpC) cuya mira es formar individuo que pueden pensar por sí mismo, de actuar de manera responsable y de emplear sus saberes para resolver situaciones problemáticas en la vida diaria.

La EpC tiene un enfoque didáctico desarrollado en el Project Zero (Universidad de Harvard), que posibilita un marco para enseñar a pensar. Poder pensar significa comprender en profundidad. Este enfoque didáctico concibe a la comprensión como la posibilidad de actuar flexiblemente con el conocimiento, según David Perkins (2001), la idea de comprensión incluye dos dimensiones: pensamiento y acción, dos aspectos de una misma cuestión, presentes en todo acto humano.

La EpC plantea que comprender consiste en poder realizar una diversidad de acciones o desempeños que demuestren que se entiende el tema y al mismo tiempo se tiene la capacidad de asimilar conocimientos y de aplicarlos creativamente. (Blythe, 1999). Los desempeños de comprensión son las acciones en los cuales el alumno aplica lo que sabe de manera novedosa. Para Perkins, “comprender es la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que se sabe.” (1999, p.70)

Se destaca que, en la teoría de la EpC, la valoración se realiza de manera permanente a través de las ocupaciones. Cuando se evalúa por competencias además de la parte teórica también se evalúa el saber hacer. En este sentido la evaluación de competencias se realiza en el contexto, concibiendo por

contexto los enseres, simbólicos, instrucciones o herramientas colaboradoras de la ejecución de una tarea en particular.

Con relación a esto, Monereo y Pozo (2007), plantean una conceptualización psicológica y constituyen una discrepancia entre habilidad y competencia. La habilidad es la capacidad que accede ser eficiente en la realización de un oficio, mientras que la competencia lleva a ser eficiente, si se dan ciertas situaciones. Los autores señalan:

Ser competente no es sólo ser habilidoso en el cumplimiento de realizar un trabajo y actividades concretas, escolares o no, tal como han sido ilustradas, sino más allá de ello, ser capaz de afrontar, a partir de las habilidades adquiridas, nuevas ocupaciones o desafíos que supongan ir más allá de lo ya asimilado. Evaluar si alguien es competente es en parte evidenciar su capacidad para reconstituir lo aprendido, para usarlos en nuevas circunstancias y contenidos.
(p. 13)

Referirse a las habilidades y capacidades en la educación, invita a colocar estos requisitos con relación a las organizaciones del saber. Emplear las competencias es una acción más ininteligible que el acostumbrado conocimiento escolar, pues es necesario tener cualidades, habilidades y conocimientos (Perrenoud, 1999). Los modelos de recursos que el ciudadano va creando y obteniendo, no se construyen a través de la memorización, sino que son la suma de las distintas situaciones vividas y de una postura reflexiva sobre la acción realizada.

En las siguientes afirmaciones, se destaca la contextualización y el objeto de estudio a la instrucción. A partir de ella se exponen los elementos que definen una competencia esencial: componente curricular, núcleo referencial

para otros desarrollos más precisos, integradora de contenidos varios, coherencia vertical y horizontal e interdependencia entre conceptos y actitudes, según Escamilla, Lagares & García Fraile (2006):

Suponen, por su complejidad, un elemento de formación al que hay que acercarse, de manera convergente (desde distintas áreas, materias y módulos) y gradual (desde distintos momentos y situaciones de aprendizaje—cursos, etapas, niveles-). De esta manera, se reconoce su carácter integrador sobre distintos tipos de contenido (no son habilidades o destrezas específicas) y constituye un factor nuclear para el desarrollo de propuestas globalizadoras o interdisciplinarias.” (p. 112).

Los autores desvinculan la competencia de la simple destreza. Señalan que la competencia básica entendida como referente global será desarrollada a través de competencias generales (objetivos y capacidades vinculadas al hacer) que, a su vez, se irán concretando en competencias específicas, cuya definición se llevará a término mediante las áreas/materias y en los plazos determinados.

1.1.4.1 Las competencias en el diseño curricular dominicano.

En la revisión del Currículo del (2017) se señala que “una competencia es la capacidad para actuar de manera eficaz y autónoma en contextos diversos movilizandoo de forma integrada conceptos, procedimientos, actitudes y valores” (p.39).

Continúa explicando el Diseño Curricular Dominicano (2017) que “las competencias se amplían de forma escalonada en un proceso que permanece a lo largo de toda la vida; tienen como fin la realización los dicentes o individuo,

mejorar de la calidad de vida y el progreso de la humanidad en sintonía con el medio que le rodea.” (Ibid).

En el Nivel Secundario, el diseño curricular se estructura en función de dos tipos de competencias:

- a) fundamentales y
- b) específicas.

El diseño curricular (2017) también establece que:

Las Competencias Fundamentales tienen un carácter transversal ya que, permean todas las áreas del saber. Además, forman parte esencial para llevar a cabo el proyecto educativo, para su desarrollo en los centros se solicita la cooperación colaborativa de todos los sistemas y subsistemas del entorno de la educación. No se refieren a contextos específicos (Ibíd, p. 40)

1.1.4.2 Las competencias que promueve el currículo dominicano

El MINERD (2017) establece competencias como las siguientes: “competencia ética y ciudadana, competencia comunicativa, competencia de pensamiento lógico, creativo y crítico, competencia de resolución de problemas, competencia científica y tecnológica, competencia ambiental y de la salud, competencia de desarrollo personal y espiritual” (Ibíd)

Para (Juan D. Godino, 2010) la competencia basada en la resolución de problemas debe ser considerada más bien como “hiper-procesos” matemáticos, al implicar configuraciones complejas de los procesos matemáticos primarios (establecimiento de conexiones entre los objetos y

generalización de técnicas, reglas y justificaciones). La realización efectiva de los procesos de estudio requiere, además, la realización de secuencias de prácticas de planificación, control y evaluación (supervisión) que conllevan procesos meta-cognitivos. (p.11)

En las Bases de la Revisión y Actualización Curricular se incluye principios que se sostienen cada una de estas competencias: evidencia su nombramiento, las precisa de manera coloquial, señala sus elementos, expresa razonamientos para su valoración y narra los niveles de Señorío. Estos niveles de señorío narran fases continuas en el desarrollo de las competencias fundamentales.

Además, en esta revisión (2017) del currículo señala que:

Las competencias específicas son propias de cada área las cuales se deben ser cultivadas desde cada asignatura, estas acentúan a las destrezas que los docentes deben obtener y desarrollar con la mediación de cada disciplina curricular. Se orientan con las habilidades y destrezas específicas, conectando los procesos de aprendizaje con lo del currículo. (ibíd)

1.1.4.3 Las competencias en matemática

La competencia matemática según Gutiérrez, Martínez y Nebreda (2008), señalan que:

La competencia matemática consiste en la destreza para utilizar y asociarlos números, sus operaciones elementales, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para

ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral (p. 12)

Las finalidades de la competencia matemática, según los autores son: utilización, de forma espontánea, de los elementos matemáticos y formas de argumentar y razonar en los espacios donde los docentes se desempeñan, para que puedan transformar los conocimientos adquiridos, y así lograr dar soluciones a los problemas que se les presente en su medio y en cualquier área del conocimiento y, que además puedan tomar decisiones adecuadas y pertinentes.

Continúan explicando que los conocimientos que aportan son: Conocimiento y comprensión de los elementos matemáticos y de las operaciones y relaciones básicas. En lo que se refiere a las destrezas, indican: destrezas necesarias para aplicar principios y procesos matemáticos básicos en situaciones cotidianas del ámbito personal, social y laboral. Análisis y producción de información de contenido matemático proveniente de cualquier campo.

Actitudes: Actitud positiva basada en el respeto de la verdad y en la búsqueda de la certeza a través del razonamiento.

De acuerdo a (Porras, 2014) en la revista Iberoamericana de Educación enfatiza que:

El conocimiento matemático y los procesos son condiciones necesarias para lograr las competencias matemáticas, no son suficientes (Niss, 2003). Por ello, Niss precisa competencias matemáticas como “destreza para entender, clasificar, hacer y usar

las matemáticas en una complejidad de contenidos de las matemáticas y otras áreas". (p. 218)

Además, propone ocho competencias matemáticas clasificadas en dos grupos (tabla 1).

Tabla 1. Competencias matemáticas (Niss, 2003)

<p>Competencias involucradas en preguntar y responder sobre las matemáticas y a través de las matemáticas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Pensar matemáticamente. -Plantear y resolver problemas matemáticos. -Saber construir modelos matemáticamente. -Razonar matemáticamente.
<p>Comprensión de entidades matemáticas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Representación de entidades matemáticas. -Manejo de símbolos matemáticos y formalismos. -Comunicación en, con y acerca de las matemáticas. -Uso de recursos y herramientas.

Pensar matemáticamente involucra poder aplicar en vida diaria el pensamiento cuantitativo y racional, es decir, conocer las interrogaciones principales de las matemáticas y conocer las diferentes refutaciones que las

matemáticas puedan brindar. Un ejemplo preciso de esta capacidad sería cómo pensar matemáticamente sobre ecuaciones exponenciales.

El planteamiento y la resolución de problemas implican identificar, plantear y especificar diferentes tipos de problemas matemáticos. Con frecuencia, los problemas matemáticos que se proponen en los libros de texto no exigen que el alumnado formule ningún tipo de representación previa para resolverlos, pudiendo ser resueltos de forma automática a partir de la detección de palabras claves en el texto y aplicando estrategias de cálculo conocidas (Jiménez, 2012). Por otra parte, proponer problemas lo más cercanos a la vida real facilita el desarrollo de la competencia matemática, ya que, en definitiva, resolver problemas es una actividad presente en nuestra vida diaria.

Saber construir modelos matemáticamente, es una competencia matemática que se refiere a la capacidad de ir del mundo real al modelo y del modelo al mundo real, obteniendo e interpretando los resultados. Esto conlleva el análisis de los modelos ya existentes y realizar actividades de modelización en un contexto determinado (Pollack, 1997).

Razonar matemáticamente va unido a la necesidad de construir adecuadamente los conceptos, siendo conscientes de que las demostraciones no sólo son propias de las matemáticas, sino que son propias de muchos aspectos de la vida. Se trata de ser riguroso en los argumentos y no admitir informaciones o declaraciones que no estén avaladas por las correspondientes demostraciones, además de descubrir las ideas básicas en una línea argumental y concebir formal e informalmente argumentos matemáticos y transformar argumentos heurísticos en demostraciones válidas.

Representación de entidades matemáticas implica la capacidad de comprender y utilizar diferentes clases de representación de objetos

matemáticos, como la comprensión de tablas, gráficas, mapas de situaciones o incluso un horario de trenes.

El manejo de símbolos matemáticos y formalismos forma parte del lenguaje actual, no únicamente matemático, sino a todos los niveles, como el utilizado, el desarrollo de la competencia matemática en el aula de ciencias experimentales, por ejemplo, en los teléfonos móviles. Sin embargo, el uso adecuado de la simbología no debe suponer dificultades para la resolución de un determinado problema. Se deriva la capacidad de traducir lenguaje natural al lenguaje formal y simbólico y poder manipular expresiones que contengan símbolos y fórmulas.

Comunicación en, con y acerca de las matemáticas se asocia a la capacidad de comprender mensajes orales, escritos o visuales que contengan contenido matemático y expresar las cuestiones planteadas oralmente, visualmente o por escrito, con diferentes niveles de precisión teórica y técnica. Esta capacidad está estrechamente relacionada con la adquisición de un nivel suficiente de competencia comunicativa, ya que disponer de una buena capacidad de comunicar en temas cuantitativos formaría parte de la alfabetización matemática.

1.1.4.4 Importancia de las competencias matemáticas.

Según la revista electrónica ANFEIS (Guzman, 2014, pág. P. 1) explica que:

El enfoque de competencias busca modificar el rol del docente en el proceso de aprendizaje al favorecer la reciprocidad de ideas y experiencias con sus pares, que le permitan construir saberes a fin

de trasladarlo a otros contextos y situaciones acostumbradas. (p. 1)

Esta tesis se sostiene en la metodología de la matemática en el argumento de la Ciencia (Camarena, 2009), según la cual el adelanto de las competencias profesionales se corresponde con el abordaje de sucesos contextualizados para desarrollar destrezas que favorezcan la trasmisión del conocimiento, fundamentada en los siguientes modelos:

- La matemática es un instrumento de sostén y disciplina didáctica.
- La matemática tiene una función particular en el nivel secundario.
- Los conocimientos surgen acabados.

En otros estudios, se afrontan las competencias matemáticas como la habilidad para manejar y asociar los números, operaciones fundamentales, variables y formas de enunciado y del juicio matemático para crear y aclarar distintos tipos de informaciones, desarrollar la comprensión del conocimiento sobre aspectos cuantitativos y principales del entorno donde se vive, así como para poder dar soluciones a las situaciones que se presentan en el medio donde se desempeñan.

Según Berritzegune (s.f.) algunos aspectos que forman parte de la competencia matemática son:

- **Habilidad** para descifrar y decir con claridad y exactitud informaciones, antecedentes y síntesis, aumentado la probabilidad de continuar aprendiendo a lo largo de la existencia.
- **Conocimiento** y manejo de los elementos matemáticos básicos en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana.

- **Práctica** de procesos de razonamiento que llevan a la solución de los problemas o a la obtención de diversas informaciones.
- **Disposición** favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones que contienen elementos o soportes matemáticos.

El desarrollo de la competencia matemática implica, aplicar aquellas destrezas y actitudes que conduzcan a un razonamiento matemático, argumentado, expresado y comunicado, integrando diversos conocimientos para dar respuesta a problemas en diversos contextos.

Una de las dimensiones de la competencia matemática es el planteamiento y la resolución de problemas, lo cual involucra la utilización de un modelo heurístico a través del análisis del enunciado, elección de las estrategias adecuadas, cálculos pertinentes y comprobación de la solución obtenida.

1.1.4.5 Competencias evaluadas por PISA

PISA es una prueba internacional que es aplicada a diferentes países para medir los niveles de la educación de cada uno de ellos. Se enfocan principalmente en las competencias que se mencionan a continuación.

Según OCDE (2017) las competencias evaluadas por PISA son: “lectura, ciencias, matemáticas y resolución de problemas.”

1.2 Marco conceptual

Aprendizaje para Nel y Cárdenas, (2008) señalan: “que es un proceso que sigue múltiples trayectorias; se trata de un proceso de adaptación que implica la construcción de significados, un cambio de conducta, construcción jerárquica, que se produce entre el sujeto y su entorno y permite la elaboración de expectativas sobre el ambiente” (p. 73-85).

Para Relleso (2007) afirma que el **aprendizaje** “es el proceso mediante el cual se origina o se modifica una actividad respondiendo a una situación siempre que los cambios no puedan ser atribuidos al crecimiento o al estado temporal del organismo, como la fatiga o bajo el efecto de las drogas.” (p. 121)

Competencia se define como la “habilidad para afrontar demandas externas o desarrollar actividades y proyectos de manera satisfactoria en contextos complejos, implica dimensiones cognitivas y no cognitivas: conocimientos, habilidades cognitivas, habilidades prácticas, actitudes, valores y emociones”. (A.I. Pérez Gómez, 2007)

Didáctica: Vázquez (2010) enfatiza que: “La didáctica docente es esa manera como el maestro expone o explica un tema, esa forma de actuación y dinamización de la actividad educativa para compartir conocimientos y lograr que el estudiante, a la vez, los haga suyos”. (p. 30)

Ecuaciones exponenciales para Geraldino (2008) “son aquellas donde la variable independiente es el exponente o forman parte de él.” (p. 166)

Educación es un proceso humano y cultural complejo. Para establecer su propósito y su definición es necesario considerar la condición y naturaleza del

hombre y de la cultura en su conjunto, en su totalidad, para lo cual cada particularidad tiene sentido por su vinculación e interdependencia con las demás y con el conjunto.

Para León (2007) que la definió como: **La educación** es un intento humano racional, intencional de concebirse y perfeccionarse en el ser natural total. Este intento implica apoyarse en el poder de la razón, empleando recursos humanos para continuar el camino del hombre natural hacia el ser cultural. Cada ser humano: hombre/mujer termina siendo a través de la educación una cultura individual en sí mismo. (p. 6)

Educación formal coincide con la curiosidad, se da en los salones de clases o a la experiencia escolar, o sea, forma parte principal de la razón del concepto. Luego, los autores enseñan que existe educación más allá de la escuela, la llaman **educación informal** o “latente”. Aquella “en donde se aprenden conocimientos, actitudes y pericias, que se nos presiona para que adquiramos y podamos participar de manera efectiva en la vida social de nuestro ambiente.” (Bowen & Hobson, 2008, p. 11).

Enseñanza: Para Gimeno y Pérez (2002) la enuncian enseñanza como: “un proceso que facilita la transformación permanente del pensamiento, las actitudes y los comportamientos de los alumnos/as, provocando el contraste de sus adquisiciones más o menos espontáneas en su vida cotidiana con las proposiciones de las disciplinas científicas, artísticas y especulativas, y también estimulando su experimentación en la realidad.” (p. 81).

Enseñar es para Feixas (2010 “el conjunto de significados especiales que los profesores otorgan a un fenómeno (en este caso la enseñanza y el aprendizaje) los cuales van a guiar la interpretación y la acción docente posterior (p. 1).

Estrategia según el enfoque Lasallista (2008) es la: “didácticas que promuevan el aprendizaje auto gestionado y colaborativo, esto es, por una parte procedimientos que estimulen y acompañen el trabajo independiente del educando hoy concebido dentro de la modalidad de créditos académicos, y por la otra, unos procedimientos que promuevan las dinámicas grupales, garanticen la comunicación interpersonal, y la producción intelectual corresponsable, la deliberación, el diálogo y la interlocución que permitan la generación de pensamiento crítico, reflexivo y transformador. (p. 19-20)

Estrategias de aprendizaje: Para Monereo (2000, p. 24) las define como “un conjunto de acciones que se realizan para obtener un objetivo de aprendizaje.”

Ser competente es “tener los conocimientos necesarios para desenvolverse en ese ámbito y ser capaz de utilizarlos actuando con validez en el desarrollo de actividades y tareas relacionadas con él.” (C. Coll y A. Marchesi, 2007)

Capítulo II

DISEÑO DE LA PROPUESTA DE ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO POR COMPETENCIA EN LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES EXPONENCIALES.

2.1 Planificación

Siguiendo el modelo de planificación utilizado en el centro el Buen Samaritano, se presenta la siguiente planificación con el objeto de plasmar los elementos que involucran esta propuesta de estrategia y con el fin de lograr los objetivos para la cual se ha diseñado.

Planificación de unidad de aprendizaje

Esta será aplicada en la secundaria el Buen Samaritano por el docente Daniel F. Carela, en los quintos de secundaria, antiguo tercero de bachillerato, en el área de matemática con el tema **ecuaciones exponenciales**.

Competencias fundamentales:

Entre las competencias que abordarán el diseño de esta estrategia y que los estudiantes estarán desarrollando en las diferentes actividades son las siguientes:

- Competencia Ética y Ciudadana
- Competencia Comunicativa
- Competencia Pensamiento Lógico
- Creativo y Crítico
- Competencia Ambiental y de la Salud
- Competencia Desarrollo Personal y Espiritual
- Competencia Resolución de Problemas.

Competencias específicas:

- Identifica una ecuación exponencial.
- Aplica las propiedades de la potencia y de los logaritmos en la resolución de las ecuaciones exponenciales.

- Resuelven ecuaciones exponenciales aplicando las propiedades de la potencia, de los logaritmos y aplicando el cambio de variable.
- Resuelven problemas de ecuaciones exponenciales de la vida real utilizando los procedimientos aprendidos y el uso de calculadora cuando el caso así lo amerite.

Propósitos:

- Resolver ecuaciones exponenciales aplicando las propiedades de la potenciación, las propiedades de los logaritmos y el cambio de variable.
- Hallar la solución a problemas de ecuaciones exponenciales de la vida real utilizando los procedimientos aprendidos y el uso de calculadora cuando el caso así lo amerite.
- Valorar la importancia ecuaciones exponenciales en otros ámbitos como el estudio de los problemas económicos y de la vida cotidiana.

Contenidos:

Dentro de los contenidos se encuentra los **conceptuales** que este tema es ecuación exponencial, también los **procedimentales** que en este caso será: resuelve ecuaciones exponenciales aplicando cambio de base, los logaritmos y el cambio de variable. Finalmente, los **actitudinales** como son los siguientes: Valora el uso de las ecuaciones exponenciales en la vida cotidiana y manifiesta interés por comprobar cómo cambia el ritmo de crecimiento aplicando las ecuaciones exponenciales en diferentes valores.

Estrategias:

- Recuperación de los conocimientos previos (Predicción e inferencia inductiva),
- Estudio de caso
- Estrategia de solución de problema (razonamiento deductivo)
- Estrategia cognitiva (práctica y memorización, monitoreo)
- Estrategia de inserción de maestros, maestras, alumnos y alumnas, en el entorno (diálogo)
- Estrategia de descubrimiento e indagación (juego de prácticas y aplicación).

Actividades:

Los estudiantes trabajarán diferentes actividades la primera será de recuperación de los conocimientos previos: una prueba escrita, luego la observación de diapositivas, donde el maestro interviene haciendo preguntas y aclarando conjuntamente con los estudiantes, con ejemplos y ejercicios para realizar en la pizarra y sus cuadernos, sobre los contenidos que deben de saber antes de desarrollar el tema.

Otra actividad consistirá en conceptualizar lo que es una ecuación exponencial y aclarar cuándo utilizar una de las formas de resolver este tipo de ejercicio. Todo esto presentado en diapositivas de donde los alumnos toman notas pertinentes y señaladas por el profesor.

También resuelven ejercicios de cada caso explicados en la pizarra, en sus cuadernos y del material de práctica entregado para dicho fin, este se realiza en grupo de tres o individual.

Presentan un informe a la clase y al profesor sobre un caso de la vida real, este debe ser elaborado con los criterios establecidos en la evaluación al final.

Evaluación:

Para la evaluación se utilizará diferentes métodos, como la evaluación diagnóstica, corrección de cuadernos de prácticas, pruebas escritas, participación en la pizarra y entrega de un informe de un estudio de caso que será grupal pero el informe que se realizará del estudio de caso se presentará en forma individual y un examen final.

Tiempo establecido.

La aplicación del tema tendrá una duración de 13 horas de clase.

Recursos:

Alumnos, profesor, pizarra, aula, crayones, hojas en blanco, material de prácticas impresas, proyector, computadora, calculadora, presentación en diapositivas, videos tutoriales y una rúbrica.

2.2 Ejecución de la propuesta de estrategia didáctica

2.2.1 Descripción y ubicación de la Secundaria El Buen Samaritano y su población estudiantil.

Jalonga está ubicada en el Km. 13 de la carretera Mella, que comunica la Provincia de Hato Mayor con la de San Pedro de Macorís, además es la sección más grande del distrito Municipal de Guayabo Dulce. Esta comunidad cuenta con un terreno fértil, para el cultivo de caña, cítricos, la ganadería y el cultivo de otros productos agrícolas.

En lo que respecta a su gente, cuenta con una juventud que estudia y también con personas adultas que reciben la educación. Del otro lado, cerca el 60% de sus moradores no han llegado a culminar el nivel básico, el nivel medio y otros el nivel superior.

2.2.2 Breve historia del centro educativo el Buen Samaritano

El origen del nombre de este centro se encuentra en el relato bíblico de San Lucas 10:25. La esencia de esta porción bíblica, sirvió de inspiración y motivación para la elección del nombre de este centro el cual ajustado a la realidad de su localización geográfica y situación poblacional ha decidido llamarse: “**Secundaria El Buen Samaritano**”.

Este centro educativo inicia sus operaciones en el mes de enero del año 2003 en un local prestado y a la fecha cuenta con su propia infraestructura.

Actualmente consta con una población variada, pero en su mayoría de escasos recursos procedentes de zonas rurales profundas y de escasos

recursos económicos, además de que algunos carecen de los servicios que en esta época son necesarios para obtener una educación globalizada como el Internet y la misma energía eléctrica.

2.2.3 Clase 1: Conocimientos previos

Con el fin de que el tema de las ecuaciones exponenciales se ha comprendido, que se alcancen los objetivos y que las competencias se logren; en esta parte se articulan los conocimientos previos con unas series de actividades dinámicas y pertinentes al tema.

Tiempo establecido para esta clase cuatro horas de clase:

Para debatir esta clase se han establecido cuatro horas clases divididas en dos días de clases distribuidas de la siguiente manera: en el primer día las propiedades de la potenciación donde se realizarán actividades de motivación, prácticas y presentaciones de diapositivas; para articular los conocimientos previos de este tema, siguiendo el mismo orden de trabajo en el segundo día las propiedades de los logaritmos para la cual se utilizará en su desarrollo dos horas de clase donde se incluirá una evolución final de los conocimientos previos

El tiempo establecido para cada actividad puede variar de acuerdo con el ritmo de aprendizaje de cada estudiante.

Recursos a utilizar en esta clase: evaluación impresa, computadora, proyector, presentaciones en PowerPoint, pizarra, cuadernos, crayones, lista de cotejo y hojas en blanco.

Evalúa tus conocimientos previos

Para despertar los conocimientos previos se le aplicará **una evaluación diagnóstica** que contendrá ejercicios donde tengan que aplicar las propiedades de la potenciación y de los logaritmos como inicio.

En esta actividad se desea saber que tanto sabe el estudiante de potenciación y de logaritmos, haciendo notar que, en el centro educativo, los estudiantes ya han trabajado la potenciación y los logaritmos, en el cual se abordan las propiedades de la potencia y las propiedades de los logaritmos, las cuales se utilizan para resolver ecuaciones exponenciales que es el tema que va a ser tratado. Los alumnos de quinto grado vieron en primero y segundo, antiguo séptimo y octavo, propiedades de la potenciación, más no la recuerdan.

Ejemplos 1:

Calcular la potencia *dos elevado a cinco*:

$$2^5$$

Solución

La base es 2 y el exponente es 5.

Aplicamos la definición de potencia, es decir, **multiplicamos** la base por sí misma tantas veces como indica el exponente:

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

Fuente: Elaboración propia.

Ejemplo 2:

Escribe en forma de potencia

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$$

Fuente: Elaboración propia.

Con esta actividad el estudiante aprenderá a igualar las bases y así lograr la competencia de resolver ecuaciones exponenciales de este tipo, aunque pueda percibirse infantil se logrará un aprendizaje significativo y se alcanzarán los objetivos propuestos en esta unidad.

Para las propiedades de los logaritmos se utiliza una tabla mostrando cada una de las propiedades con su ejemplo al lado, además de algunos ejercicios presentados en diapositivas que serán resueltos en los cuadernos y en la pizarra.

De forma general	Ejemplo
$\log_a b + \log_a c = \log_a bc$	$\log_2 8 + \log_2 2 = \log_2 16$
$\log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c}\right)$	$\log_2 5 - \log_2 3 = \log_2 \left(\frac{5}{3}\right)$
$\log_a (b^c) = c \cdot \log_a b$	$\log_2 (6^5) = 5 \cdot \log_2 6$
$\log_a a = 1$ $\log_a 1 = 0$	$\log_2 2 = 1$ $\log_3 1 = 0$
$\log_a \left(\frac{1}{x}\right) = -\log_a x$	$\log_2 \left(\frac{1}{3}\right) = -\log_2 3$
$\log_a x = \frac{\log x}{\log a} = \frac{\ln x}{\ln a}$	$\log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2} = 2.322$
$a^{\log_a x} = x$	$10^{\log_{10} 16} = 16$

Actividades a realizar por los alumnos:

1. Realiza los siguientes ejercicios aplicando las propiedades de la potenciación:

A) Desarrolla y calcula:

a) $2^5 =$ b) $5^4 =$ c) $3^{-2} =$ d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} =$

B) Escribe en forma de potencia:

a) $2 \times 2 \times 2 =$ c) $\frac{1}{5}x \frac{1}{5}x \frac{1}{5}x \frac{1}{5}x =$

b) $3 \times 3 =$ d) $4 \times 4 \times 4 \times 4 =$

2. Aplicar las propiedades de logaritmo a las siguientes expresiones:

a) $\log \sqrt[n]{a} =$

b) $\log b \cdot \sqrt[n]{a} =$

c) $\log(a^3 \cdot b)^{\frac{5}{3}} =$

d) $\log \left[\frac{\sqrt{a \cdot b}}{c} \right]^{\frac{-1}{4}} =$

3. Calcular el valor de "x" aplicando las propiedades:

a) $\log_x 8 = 3$

b) $\log_x 16807 = 5$

c) $\log_x 0,015625 = -3$

d) $\log_x 3 = \frac{1}{3}$

Para evaluar los conocimientos articulados se le entrega el mismo examen diagnóstico con ejercicios similares a los de los ejemplos tratados en cada apartado de los conocimientos previos. (Ver anexo 1)

Cierre de la clase 1

Como **cierre**, los estudiantes se dividen en grupos de tres y discuten entre si los resultados de la evaluación y presentan un informe oral, este debe contener una sola conclusión o varias si no están de acuerdo, luego el profesor interviene si hay alguna duda o si surge alguna disyuntiva.

Criterio a tomar en cuenta como incentivo de trabajar los conocimientos previos:

- Participación oral y escrita en la pizarra_____20pts
- Corrección de cuadernos_____30pts
- Práctica y trabajo grupal_____40pts
- Para la actividad de cierre_____10pts

2.2.4 Clase 2: Conceptualización y resolución de ecuaciones exponenciales igualando base.

Con apoyo de una presentación en diapositivas se aborda el tema en cuestión iniciando por el propósito del tema, su concepto, su aplicación en la vida y las competencias a lograr con este tema. También se mencionan las formas de resolver una ecuación exponencial según el caso que lo amerite con varios ejemplos de cada uno:

Tiempo establecido para esta clase tres horas clase:

Para debatir esta clase se tiene tres horas de clases distribuidas de la siguiente manera: Conceptualizando, para las posibles preguntas que puedan

surgir sobre las propiedades de la potenciación y explicando en las diapositivas los diferentes ejemplos de ecuaciones exponenciales diseñado para esta clase (una hora), para las actividades que los estudiantes realizarán en el curso, en sus cuadernos y en la pizarra (una hora) y para la actividad de evaluación (una hora).

El tiempo establecido para cada actividad puede variar de acuerdo con el ritmo de aprendizaje de cada estudiante.

Recursos a utilizar en esta clase: evaluación impresa, computadora, proyector, presentaciones en PowerPoint, pizarra, cuadernos, crayones, rubrica y hojas en blanco.

Las ecuaciones exponenciales

Para comprender mejor el tema primero se debe de abordar su conceptualización que para (Llopis, 2017) “Una **ecuación exponencial** es aquella en la que aparecen exponenciales, es decir, potencias cuyos exponentes son expresiones en las que aparece la incógnita, x ”. (s. p.)

$$5^x = 625$$

La ecuación exponencial se puede resolver utilizando las propiedades de la potenciación y también las propiedades de los logaritmos.

Algunas de las propiedades de las potencias que se deben tener presentes son:

- Multiplicación de potencias de igual base

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

- División de potencias de igual base

$$a^n \div a^m = a^{n-m}$$

- Propiedad de una potencia

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

- Toda potencia de base A distinta de cero y exponente 0 es igual a 1

$$A^0 = 1$$

- También es importante saber que

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

1) Resolución de ecuaciones exponenciales igualando base.

Aquí se busca concretizar las propiedades de la potenciación, para esto se utiliza una presentación en diapositiva, que es utilizada como herramienta, también contiene varios ejemplos interactivos que son explicados por el docente conjuntamente con los dicentes y ejercicios que son realizados en sus cuadernos y en la pizarra.

Ejemplo: $5^x = 125$

Procedimiento:

- Para resolver las ecuaciones exponenciales, en primer lugar, se debe conseguir que a ambos lados de la ecuación aparezcan potencias con la misma base, con el fin de poder igualar los exponentes.
- Por tanto, el 125 lo tenemos que factorizar y escribirlo como 5 elevado a 3: $125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$
- Una vez tenemos la misma base, se igualan los exponentes y se resuelve la expresión que resulte, en este caso quedó la solución $x = 3$

Ecuación Exponencial

Ejemplo

$$5^x = 125$$

$$5^x = 5^3$$

$$x = 3$$

Ejemplo 2: Resolver aplicando las propiedades de las potencias.

$$5^{3x-5} \cdot 5^{4x-6} = 125$$

$$5^{3x-5} \cdot 5^{4x-6} = 5^3$$

$$5^{7x-11} = 5^3$$

Se igualan los exponentes

$$7x - 11 = 3$$

$$7x = 3 + 11$$

$$7x = 14$$

$$x = 14/7$$

$$\underline{x = 2}$$

Ejemplo 3: Resuelve

$$3^{x-1} = \frac{1}{27}x - 1 = 3$$

$$3^{x-1} = \frac{1}{3^{-3}}$$

$$3^{x-1} = 3^3$$

$$x = 3 + 1$$

$$\diamond x = 4 \text{ solución buscada}$$

Igualando las bases

Otros ejemplos de esta categoría se trabajarán en la aplicación y en los anexos.

Actividades a realizar por los alumnos:

Resuelve los ejercicios presentados en la diapositiva con el título: para practicar descubre lo que ya sabe, aplicando los procedimientos e indicaciones expuestos en las diapositivas.

A) $2^{2x} = 32$

E) $a^{x+3} - a^8 = 0$

B) $3^{x+3} = 27$

F) $a^{x-5} = a$

C) $b^{x-1} \cdot b^{x+1} = b^8$

G) $2^{x-1} = \frac{1}{8}$

D) $a^{5x-3} = a^{14+5x} \cdot a^{8x+7}$

H) $125^{x-1} = \frac{1}{25}$

Evaluación de la clase 2.

Para la evaluación de esta clase se tomará en cuenta la participación en la pizarra con los ejercicios de la práctica elaborada para el tema y la entrega de una práctica de aula individual la que constará de una serie de ejercicios similares a los que se han trabajado hasta el momento.

Práctica de evaluación de la clase número 2.

A) $6^x = 36$

D) $b^{5x-3} = b^{14+5x} \cdot b^{8x+7}$

B) $4^{3x+7} = 4$

E) $a^{3x+9} - a^{16} = 0$

C) $3^{x-1} \cdot 3^{x+1} = 3^8$

F) $a^{6x-30} = a^5$

G) $7^{x-1} = \frac{1}{49}$

H) $64^{x-1} = \frac{1}{4}$

Cierre de la clase número 2

Para finalizar el profesor entregará una hoja con un ejercicio donde el estudiante realizará el ejercicio y describirá de forma escrita el método utilizado para resolverlo, además escribirán como se sintieron al realizar esta actividad y las anteriores a esta.

Resuelve el siguiente ejercicio y contesta lo que se indica más abajo.

1) $a^{5x-3} = a^{14+5x} \cdot a^{8x+7}$

2) Describe brevemente como realizaste este ejercicio.

3) ¿Cómo te sentiste en el desarrollo de este tema?

Criterio a tomar en cuenta para evaluar todo el trabajo.

- Participación oral y escrita en la pizarra _____ 15pts
- Corrección de cuadernos _____ 30pts
- Práctica y trabajo grupal _____ 40pts
- Para la actividad de cierre _____ 15pts

2.2.5 Clase3: Usando logaritmos para resolver ecuaciones exponenciales.

En esta tercera clase se estará trabajando la resolución de ecuaciones exponenciales aplicando las propiedades de los logaritmos, en esta clase se hará una breve presentación de cada propiedad de los logaritmos con su ejemplo diseñado para alcanzar las competencias propuestas para este tema. Además, los alumnos tendrán la oportunidad de compartir sus conocimientos trabajando en grupos.

Tiempo establecido para esta clase tres horas clases:

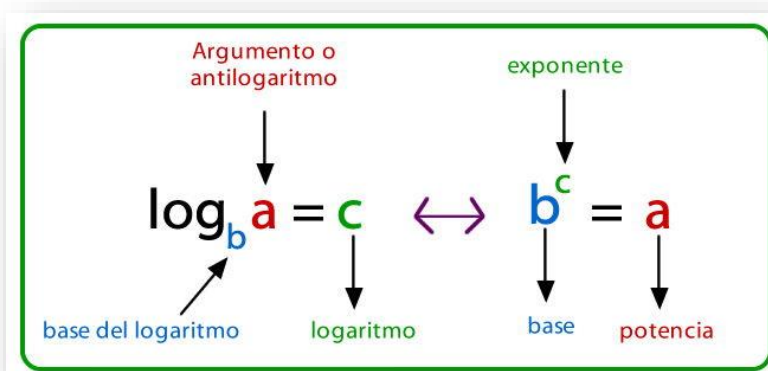
Para debatir esta clase se tiene cinco horas clases distribuidas de la siguiente manera: Conceptualizando, para las posibles preguntas que puedan surgir sobre las propiedades de los logaritmos y explicando en las diapositivas los diferentes ejemplos de ecuaciones exponenciales diseñados para esta clase (una hora clase), para las actividades que los estudiantes realizarán en el curso en sus cuadernos y en la pizarra (una hora clase) y para las actividades de evaluación (una hora clase).

El tiempo establecido para cada actividad puede variar de acuerdo con el ritmo de aprendizaje de cada estudiante.

Recursos a utilizar en esta clase: evaluación impresa, computadora, proyector, presentaciones en PowerPoint, pizarra, cuadernos, crayones y hojas en blanco.

Logaritmos para resolver ecuaciones exponenciales

Cuando se trabajan las ecuaciones exponenciales y se dificulta igualar las bases se utiliza los logaritmos. Para trabajar con logaritmo hay que recordar su concepto, que para los autores de (Educativo, 2015) concluyen que: “Se define logaritmo como el exponente de una potencia con cierta base, es decir, el número al cual se debe elevar una base dada para obtener un resultado determinado”.



No existe el logaritmo de los números negativos.

El argumento y la base de un logaritmo son números reales positivos. Además, la base no puede ser 1. Es decir, en la expresión $\log_b a$, siempre, por definición, $a \in \mathbb{R}^+$ y $b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$.

Propiedades de los logaritmos:

- Logaritmo de la unidad: El logaritmo de 1 en cualquier base es igual a 0.

$\log_b (1) = 0$; con $b \neq 1$.

Ejemplos: $\log_5 (1) = 0$ porque $5^0 = 1$

Logaritmos de la base: El logaritmo de la base es igual a 1.

$\log_b (b) = 1$; con $b \neq 1$.

Ejemplos: $\log_5 (5) = 1 \Leftrightarrow 5^1 = 5$

- Logaritmo de una potencia con igual base: El logaritmo de una potencia de un número es igual al producto entre el exponente de la potencia y el logaritmo del número.

$$\text{Log}_b b^n = n, \text{ con } b \neq 1$$

Ejemplo: $\log_6 6^3 = 3$

- Logaritmo de un producto: El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

$$\text{Log}_b (a \cdot c) = \log_b a + \log_b c$$

Ejemplo: $\log_b (5 \cdot 2) = \log_b 5 + \log_b 2$

- Logaritmos de un cociente: El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo, menos el logaritmo del divisor.

$$\log_a \left(\frac{t}{s} \right) = \log_a t - \log_a s$$

Ejemplo: $\log_3 \left(\frac{5}{7} \right) = \log_3 5 - \log_3 7$

- Logaritmo de una potencia: El logaritmo de una potencia es igual al exponente multiplicado por el logaritmo de la base.

$$\log_a c^n = n \log_a c$$

Ejemplo: $\log_3 10^2 = 2 \log_3 10$

- Logaritmo de una raíz: El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo de la cantidad sub-radical dividido entre el índice de la raíz.

$$\log_a \sqrt[n]{b^y} = \frac{y}{n} \cdot \log_a b$$

Ejemplo: $\log_4 \sqrt[6]{16} = \frac{1}{6} \cdot \log_4 4^2$

$$= \frac{1}{6} \cdot 2$$

$$\log_4 \sqrt[6]{16} = \frac{1}{3}$$

2) Aplicando las propiedades de los logaritmos.

Aquí se busca concretizar las propiedades de los logaritmos, para esto se utiliza una presentación en diapositiva, que es utilizada como herramienta, también contiene varios ejemplos interactivos que son explicados por el docente conjuntamente con los dicentes.

Ejemplos: $5^x = 16$

Procedimiento: Aplicando logaritmos a ambos lados de la ecuación exponencial.

Cuando se da el caso de que el número no es posible escribirlo con igual base, entonces hay que aplicar logaritmos a ambos lados. Como se aplica en el modelo siguiente:

Ejemplo: Resuelve la ecuación exponencial siguiente.

$$5^x = 16$$

$$\log 5^x = \log 16$$

$$x \log 5 = \log 16$$

$$x = \frac{\log 5}{\log 16}$$

$$x = 1.72$$

Como se puede observar aquí se aplica la propiedad de la potencia de los logaritmos la cual se presentó en la tabla (fila tres) en la recuperación de los conocimientos previos, y que además se sigue utilizando como material de apoyo en esta actividad. Para fijar los nuevos conocimientos y lograr la competencia propuesta, en varias diapositivas y en la pizarra se presentan varios ejemplos similares y ejercicios a resolver.

Actividades a realizar por los alumnos clase 3.

Resuelve los ejercicios presentados en la diapositiva con el título: para practicar descubre lo que ya sabe, aplicando los procedimientos e indicaciones expuestos en las diapositivas.

A) $2^x = 48$

D) $5^x = 120$

B) $4^x = 17$

E) $3^{x+1} = 134$

C) $4^x = 16$

F) $3^x * 5^{2x} = 15$

Evaluación de la clase 3

Realizan los ejercicios de la práctica diseñado para esta clase en grupos de tres estudiantes. (Ver anexo 2). Luego cada integrante de cada grupo tendrá la oportunidad de ir a la pizarra y explicar un ejercicio de los propuestos en la práctica o similares diseñado previamente por el docente.

Cierre de la clase número 3

Para finalizar el profesor aplicara un examen con 5 ejercicios y escribirán un listado de palabra que expresen que aprendieron en esta parte del tema.

Modelos de los ejercicios de la prueba escrita:

1) $5^x = 4$

2) $3^x = 18$

3) $2^x = 6$

4) $7^x = 12$

En las siguientes rayas escribe lo que aprendieron con una sola palabra en cada una.

1) _____

2) _____

3) _____

4) _____

5) _____

Criterio a tomar en cuenta como incentivo de trabajar los conocimientos previos:

- Participación oral y escrita en la pizarra _____ 15pts
- Corrección de cuadernos _____ 30pts
- Práctica y trabajo grupal _____ 35pts
- Para la actividad de cierre _____ 20pts

2.2.6 Clase 4: Usando el cambio de variable

En esta cuarta clase se estará trabajando la resolución de ecuaciones exponenciales aplicando el cambio de variable, en esta clase se utilizarán ejemplos interactivos diseñado para alcanzar las competencias propuesta para este tema. Además, los alumnos tendrán la oportunidad de demostrar lo que aprendieron con las diferentes evaluaciones realizadas.

Tiempo establecido para esta clase tres horas clases:

Para debatir esta clase se tiene tres horas clases distribuidas de la siguiente manera: para explicar y contestar las diferentes preguntas que puedan surgir en esta clase o durante la presentación de las diapositivas con los diferentes ejemplos de ecuaciones exponenciales diseñados para esta clase (una hora clase), para las actividades que los estudiantes realizarán en el curso en sus cuadernos y en la pizarra (una hora clase) y para las actividades de evaluación (una hora clase).

El tiempo establecido para cada actividad puede variar de acuerdo con el ritmo de aprendizaje de cada estudiante.

Recursos a utilizar en esta clase: evaluación impresa, computadora, proyector, presentaciones en PowerPoint, pizarra, cuadernos, crayones, y hojas en blanco.

3) Haciendo un cambio de variable.

Aquí se utiliza una presentación en diapositivas, que es utilizada como herramienta, además contiene varios ejemplos interactivos que son explicados por el docente conjuntamente con los dicentes y ejercicios que son realizados en sus cuadernos y en la pizarra.

Cuando en los exponentes se tienen coeficientes y es difícil igualar las bases o utilizar otro método ya trabajado, podemos aplicar un cambio de variable. Normalmente, será suficiente un cambio como $4^x=t$ o $5^x=t$ (según el caso que lo amerite).

Ejemplo con su procedimiento: Resuelve la ecuación exponencial mediante el cambio de variable.

$$3^{2x-1} - 3^x = 18$$

En este caso $t = 3^x$.

Se escribe la expresión exponencial 3^{2x-1} como una potencia de 3 por una exponencial al cuadrado y se aplica el cambio de variable $t = 3^x$. Luego se continúa como se ilustra a continuación:

$$3^{2x-1} - 3^x = 18$$

$$3^{2x} \cdot 3^{-1} - 3^x = 18$$

$$\frac{3^{2x}}{3} - 3^x = 18$$

$$\frac{(3^x)^2}{3} - 3^x = 18$$

$$\frac{(t)^2}{3} - t = 18$$

$$t^2 - 3t = 54$$

$$t^2 - 3t - 54 = 0$$

Queda una ecuación de segundo grado la cual se resuelve por el método que le resulte más fácil al estudiante en este caso la factorizando:

$$t^2 - 3t - 54 = 0$$

$$(t - 9)(t + 6) = 0$$

$$t - 9 = 0 \rightarrow t = 9$$

$$t + 6 = 0 \rightarrow t = -6$$

Queda una ecuación de segundo grado, la cual se resuelve por el método que le resulte más fácil al estudiante en este caso factorizando se tiene que:

$$t^2 - 3t - 54 = 0$$

$$(t - 9)(t + 6) = 0$$

$$t - 9 = 0 \rightarrow t = 9$$

$$t + 6 = 0 \rightarrow t = -6$$

Como $t = 3^x$ tenemos: $3^x = -6$

$$3^x = 9$$

La primera ecuación, $3^x = -6$ no tiene solución real. De la segunda ecuación se tiene que igualar las bases, aplicando la competencia adquirida en la primera clase:

$$9 = 3 \times 3 = 3^2$$

$$3^x = 3^2$$

Solución buscada

$$x = 2$$

Actividades que realizarán los alumnos:

Ya conocida la temática de la presentación en diapositivas mencionada anteriormente, los docentes estarán en la capacidad de realizar actividades que están propuestas en dicha presentación y otros ejercicios que se les planteen de esta categoría a continuación, concretizando la competencia que se planteó en la planificación de este tema.

A) $4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$

D) $3^{1-x} - 3^x = 2$

B) $3^{2x+2} + 3^{x+2} = 4$

E) $2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x-1} = 28$

C) $2^{2x} + 4^{x-1} + 44 = 2^{2x+2}$

De esta actividad será realizada en grupos teniendo para su desarrollo dos horas clase.

Evaluación de este apartado

Para la evaluación de este tema los estudiantes realizarán una práctica en el aula, (ver anexo 2), la cual el profesor ya había mencionado al inicio de la clase, con un máximo de 3 ejercicios para desarrollar.

Práctica:

A) $2^{2x+1} - 3 \cdot 2^x + 1 = 0$

B) $25^x - 97 \cdot 5^x + 1296 = 0$

C) $2^{x-1} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 704$

Actividad para cerrar la clase 4.

Para el cierre los estudiantes contestan dos preguntas: una que explique cómo resolvieron los ejercicios propuestos en la evaluación y otra de reflexión explicando lo que aprendieron.

Criterios a tomar en cuenta como incentivo de trabajar los conocimientos previos:

- Participación oral y escrita en la pizarra _____ 15pts
- Corrección de cuadernos _____ 30pts
- Práctica y trabajo grupal _____ 40pts
- Para la actividad de cierre _____ 15pts

2.3 Evaluación de la propuesta didáctica

Para evaluar si los estudiantes están asimilando el tema de la ecuación exponencial el docente se auxiliará de una **lista de cotejo y una rúbrica** que constara de los contenidos impartidos en cada momento del desglose de este tema y con varios indicadores que ayudaran al estudiante en la realización de sus asignaciones y a la evaluación objetiva del docente. Además, cada estudiante llevará un portafolio de las actividades que vayan realizando como control de su propio aprendizaje.

Como evaluación final cada estudiante llenará un examen que recogerá actividades con los procedimientos enseñados anteriormente.

2.3.1 Estudio de caso para complementar la evaluación.

La actividad consta de resolver un problema donde los estudiantes tendrán que ser capaces de analizar datos y hechos que se refieren a una o varias áreas

del conocimiento, para llegar a una conclusión individual o grupal. También desarrollarán su espíritu crítico y creativo que es una de las competencias fundamentales; el problema será el siguiente:

Ejemplos.

El desarrollo de una muestra de microbios es tal que a cada hora se duplica el número de los mismos. En este caso había 100microbios al iniciar el ensayo. ¿Cuántos microbios habrá en la muestra cuando transcurra un día (24 horas)?

$$N = N_0 \cdot a^{\frac{t}{tr}}$$

$$N = N_0 \cdot a^t$$

N=población de individuo

No=población inicial

a =ritmo de crecimiento

t =tiempo transcurrido

tr= tiempo que tarda una población en aumentar su población según dicho ritmo

Fuente: Elaboración personal

Como evaluación final cada estudiante llenará un examen que recogerá actividades con los procedimientos enseñados anteriormente, pero esta consistirá en observar videos tutoriales de YouTube seleccionados previamente por el docente y antes que el profesor en línea lo explique los alumnos tendrán un tiempo para realizarlo y luego se les mostrará como reforzamiento.

Criterio a tomar en cuenta para evaluar:

- Examen final 1 _____ 60pts
- Examen final 2 con videos _____ 20pts
- Práctica final _____ 20pts

Instrumento 2 para evaluar esta actividad final

RÚBRICA PARA EVALUAR LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES EXPONENCIALES			
PROPÓSITO:		Que el estudiante logre aplicar el concepto de ecuaciones exponenciales en la resolución de problemas de la vida real.	
INDICADOR	EXCELENTE	SATISFACTORIO	NO ACEPTABLE
	20-18	17-16	MENOR A 15
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría. El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.
SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema	La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos. La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta	La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos. No responde. No intentó hacer la tarea
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica	La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado	La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.

Resumen de las evaluaciones

Ya en la parte final de la evaluación se observará la rúbrica y en la parte cuantitativa se hará el promedio de las cuatro clases y se obtendrá el 70% y de las evaluaciones finales se sumará y se obtendrá el 30%. De la suma de estas dos se obtiene el promedio final.

Tiempo establecido para estas actividades

El tiempo se distribuye a continuación: Una hora para la asignación y modelación de la actividad propuesta, otra hora para la entrega y discusión de esas actividades, dos horas en la observación de los videos, para la realización de los ejercicios y finalmente para la entrega de reporte de la evaluación final.

Instrumento 1 para evaluar clase 1

Lista de cotejo para la clase 1

Secundaria El Buen Samaritano

Asignatura: Matemáticas

Nombre: _____ Número: _____

Indicadores	Lo domina	Lo domina pero comete erros	No lo domina
Las propiedades de la potenciación			
Las propiedades de los logaritmos			

Instrumento 3 para evaluar la clase 2, 3 y 4

Rubrica de los casos de ecuaciones exponenciales dado en cada clase

Secundaria El Buen Samaritano
Matemáticas

Asignatura:

Nombre del estudiante _____ Número: _____

CONTENIDO	Excelente 20 Puntos	Suficiente 17 Puntos	Regular 14 Puntos	Deficiente 10 Puntos
Conocimientos previos	Domina y entiende el 100% de los conceptos solicitados.	Domina y entiende por lo menos el 80% de los conceptos solicitados	Domina por lo menos el 70% de los conceptos solicitados.	Domina menos del 70% de los conceptos solicitados.
Resolución de ecuaciones exponenciales igualando bases	Resuelve sin dificultad este procedimiento lo domina al 100%	Resuelve sin dificultad este procedimiento lo domina al 80%	Presenta algunas dificultades en los procedimientos lo domina al 70%	Muestra serias fallas de lógica en los procedimientos no resuelve los ejercicios.
Resolución de ecuaciones exponenciales aplicando logaritmos	Resuelve sin dificultad este procedimiento lo domina al 100%	Resuelve sin dificultad este procedimiento lo domina al 80%	Presenta algunas dificultades en los procedimientos lo domina al 70%	Muestra serias fallas de lógica en los procedimientos no resuelve los ejercicios

2.3.2 Descripción de la estrategia propuesta

Esta estrategia se puede decir que es una adaptación de los recursos y habilidad al entorno, para así aprovechar las oportunidades que se presentan y evaluar en función de los objetivos y metas que tiene la educación dominicana.

Con la recuperación de los conocimientos previos se busca saber qué sabe el estudiante y cómo abordarlo para que pueda similar o lograr las competencias deseadas. Además, el uso de la presentación de diapositiva interactiva se logrará

la integración, dinamización y la participación colaborativa ya que es un medio de interés donde además del profesor intervienen los demás sentidos.

Ya en la aplicación con el uso de la misma temática de la presentación interactiva y el uso del material impreso para las prácticas el docente no se aburrirá copiando, sino que se concentrará en la realización de las actividades propuestas y cuando el caso lo amerite con la intervención del profesor para guiarlo. También en esta parte se harán varias pruebas escritas, de cada caso explicado, con el fin de ir recogiendo los avances en el logro de las competencias propuestas.

La evaluación tendrá varios momentos desde cada caso explicado, la participación oral, la escrita en hojas en blanco y sus cuadernos, así como la entrega de informe de un estudio de caso el cual se hará dividido en grupo.

Los resultados serán anotados en una rúbrica, en el cuaderno de apunte del profesor y en la plataforma con la que cuenta el centro con el fin de llevar un control de los aprendizajes de los estudiantes y del logro de cada competencia. Además, con el fin de que el estudiante esté al tanto de lo que aprende y de su rendimiento académico en este tema guardara sus creaciones en una carpeta, como portafolio.

Conclusiones y recomendaciones

La presente investigación tuvo como objetivo diseñar una propuesta de estrategia didáctica para el desarrollo por competencias en la resolución de ecuaciones exponenciales en el quinto grado de secundaria del Liceo Buen Samaritano, ubicado en Hato Mayor del Rey, R.D. Esto quiere decir que por primera vez se le dio una auténtica calidad de prioridad al aprendizaje de las ecuaciones exponenciales, donde se elaboraron actividades e instrumentos para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes y que además ayudarán al docente en su labor.

Para realizar esta investigación se hicieron análisis de revisiones bibliográficas reflejando la relevancia del tema en el rendimiento académico de los estudiantes, dejando ver que es necesario que se le dé una mejor atención a la forma en que aprenden los alumnos y que es necesario el diseño de nuevas estrategias en el aprendizaje de las matemáticas.

La investigación es relevante, pero primero se puede aplicar esta propuesta de estrategia a dos grupos, uno con la estrategia propuesta y otro como se ha realizado normalmente, como control de dicha prueba, y así poder tener una mejor idea de innovar en el diseño de nuevas estrategias en la enseñanza de las matemáticas y comparar los resultados.

Recomendaciones

Se recomienda que esta propuesta de estrategia didáctica sea aplicada de esta manera y así puedan observar los resultados que en verdad serán significativos.

Bibliografía

- Acero, L. C. (2013). *Dirección estratégica*. Bogotá (Colombia): ECOE.
- Aguilera, A. (2005) “*Introducción a las dificultades del Aprendizaje*”. España, McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.
- Alonso, R. F. (2008). *Competencias*. Madrid.
- Argudín, Y., (2005), *Educación basada en competencias*. Distrito Federal, México: Trillas.
- Arias Gómez, D.H. (2005) “*Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias Sociales: Una propuesta didáctica*”. Bogotá. Cooperativa Editorial Magisterio.
- Barbosa, I. (2011). *Estrategia de aprendizaje*.
- Calderon, A. D. (2001). *Orientaciones Didácticas para el Proceso Enseñanza-Aprendizaje*.
- Castillo, A. (16 de Noviembre de 2014). *Descubra la metodología de enseñanza de Singapur*. Descubra la metodología de enseñanza de Singapur, pág. 2.
- Coll, C. Palacios, J., y Marchesi, A. (2001). *Desarrollo psicológico y educación, 2. Psicología de la Educación Escolar*. Madrid, Alianza Psicología. (Cap. 8, Cap. 9).
- Correa, A. (2001). *Matemofobia*. editora de colores.
- Davis P.J. y Hersh, R. (1981) *La experiencia matemática*. Boston: Birkhauser.

- Dossey, J.A. (1992) *La naturaleza de las matemáticas: su papel y su influencia*.
En E. Grouws (ed), *Manual de investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*.
- Dunlosky, J., Rawson, K. A., Marsh, E. J., Nathan, M. J., y Willingham, D. T. (2013). *Mejorando el aprendizaje de los estudiantes con un aprendizaje efectivo técnicas que prometen direcciones desde cognitiva y educativa psicología*. PsychologicalScience e en el líder público, 14, 4-58.
- Edimat libros, S. A. (2006. p. 105). *Diccionario de la lengua española (Abreviado)*. España: edima.
- Feldman, R.S. (2005) "Psicología: con aplicaciones en países de habla hispana". (Sexta Edición) México, McGrawHill.
- G. R. (2007). C.A.. ed. *Psicología*. Venezuela.
- Godino, D.J, Batanero, C, Font, V. (2010). *Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación EDU2010- 14947, Ministerio de Ciencia e Innovación y Fondos FEDER*. Madrid.
- González-Pienda, J.A., González, R., Núñez, J.C., Y Valle, A. (2002). *Manual de Psicología de la educación*. Madrid: Pirámide. (Cap IV. Pp 95-115; Cap VII; pp. 165-186).
- Guzman, V. (2014). *Importancia de las competencias matemáticas en el contexto de las carreras de ingeniería*. ANFEIS, 1.

- Hardy, G. H. (1940). *Una apología del matemático*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Juan D. Godino, C. B. (2010). *Un enfoque ontosemiotico del conocimiento y la instruccion matemática* . Madrid.
- León, A. (2007). *Qué es la educación*. Educere, 6.
- Lerman, S. (1990) *Perspectiva alternativa de la naturaleza de las matemáticas y su influencia en la enseñanza de las matemáticas*. British Educational Research Journal, 16 (1), PP 53-61.Publicado por Alfredo García Delgadoen 5:32
- López, B. G. (2012). *Un aprendiz estratégico para una nueva sociedad. Teoría de la Educación*. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información, 13, 246-272.
- Macedo., J. N. (1997). *Un currículo científico para estudiantes*. madrid.
- Mayer, R.E. (2008). *La enseñanza que prioriza la motivación del estudiante para aprender*. En R. E. Mayer (Ed.), *Aprendizaje e Instrucción* (2ª ed.), (pp. 691-735). Madrid: Alianza Editorial.
- MINERD (2000) *Plan Decenal de Educación Acción, Transformación Curricular en Marcha*. R.D. Serie innova PAG. 55
- OCDE. (2017). *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo : Lectura, matemáticas y ciencias*. Paris : Versión preliminar, OECD Publishing.

- Pineda, D. M. (2013). *Técnicas e instrumentos de evaluación del aprendizaje*.
- Plaza, J. D. (2011). *Las estrategias de aprendizaje en el nuevo currículo de educación*. Artículo y Noticia de Actualidad, 1.
- Porras, F. J. (2014). *El desarrollo de la competencia matemática en el aula de Iberoamericana de Educación*, 117-130.
- Samaniego F.A (2009) *Artículo de investigación Aprender Matemática*, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educ. mat vol.21 no.2 México.
- Soldán M. E (2006). Revista digital "Investigación y Educación". Sevilla. España Número 26, Vol.III.
- Sosa, A. y Capote, S. (2014). *Modelo Tradicional Versus Enfoque por Competencias*. Recuperado de: <http://www.ces.edu.uy/index.php/ano-sabatico/143-modelo-tradicional-versus-enfoque-por-competencias>.
- Sosa, A., Capote, S (2014). *Modelo tradicional versus Enfoque por Competencias*. según expediente N° 3 / 14359 / 13
- Ucha, F. (21 de 5 de 2009). *Definicion ABC*. Obtenido de Definicion ABC: <https://www.definicionabc.com/general/aprendizaje.php>
- Velásquez, F. R. (2001). *Enfoques sobre el aprendizaje*.
- Vygotsky, L. (1988) *El Desarrollo de los Procesos Psicológicos Superiores*. Cap. 6.: Interacción entre Aprendizaje y Desarrollo. México. Ed. Grijalbo.
- Zabala, A. (2007). *Como aprender y enseñar por competencias*. Barcelona: Grao.

ANEXOS

Anexo 2



LICEO EL BUEN SAMARITANO
C/Mella, Km. 13, Jalonga, Hato Mayor Del Rey, Rep. Dom.
Tel.: 829-973-6325; E-Mail: cssamaritano@gmail.com

Tema: Ecuaciones Exponenciales

Docente: Daniel F. Carela

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

Práctica propuesta para las ecuaciones exponenciales

Para resolver estas ecuaciones hay que tener presente algunos resultados y propiedades:

$$1. a^x = a^y \leftrightarrow x = y$$

Conviene, por tanto, siempre que sea posible, expresar los dos miembros de la ecuación como potencias de la misma base.

$$2. a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad 3. \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad 4. (a^x)^y = a^{xy}$$

Ejemplo: Resolver $4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$

Resolución: En algunas ecuaciones es necesario hacer un cambio de variable para su resolución.

Teniendo en cuenta las propiedades de las potencias, la ecuación puede escribirse:

$$4 \cdot 4^x + 2^3 \cdot 2^x = 320 \leftrightarrow 4 \cdot 4^x + 8 \cdot 2^x = 320$$

- Expresando 4^x como potencia de dos,

$$4 \cdot 2^{2x} + 8 \cdot 2^x = 320$$

- Se hace el cambio de variable $2^x = y$, (por tanto, $2^{2x} = y^2$) y se obtiene:

$$4y^2 + 8y = 320$$

- Basta ahora con resolver esta ecuación:

$$y^2 + 2y - 80 = 0$$

$$y = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-80)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{-2 \pm 18}{2} = \begin{matrix} \rightarrow -10 \\ \rightarrow 8 \end{matrix}$$

- Se deshace ahora el cambio $y = 2^x$

$y_1 = -10 = 2^x$. No es posible encontrar un x que verifique esta condición (2^x es siempre positivo)

$$y_2 = 8 = 2^x \rightarrow x = 3$$

La solución es, por tanto, $x = 3$

Resuelve cada ecuación exponencial aplicando el cambio de base y los ejemplos explicados.

1. $a^x - a^7 = 0$

a) $4^{3-x} = 4$

2. $a^{2x} = a^8$

b) $p^{5-x} = p$

3. $a^{x+3} - a^8 = 0$

c) $q^{x+1} = q$

4. $a^{x-5} = a$

d) $m^{8x-5} = m^{5x+7}$

5. $b^{7-x} = b^3$

e) $c^x \cdot c^{x-3} = c^9$

6. $b^{3-x} = b^6$

f) $m^{3x} = m^{18}$

7. $3^x = 1$

g) $a^{5x-3} = a^{14+5x} \cdot a^{8x+7}$

8. $2^{x-1} = 1$

h) $b^{x-1} \cdot b^{x+1} = b^8$

Algunas ecuaciones exponenciales requieren, para su resolución, el empleo de las propiedades logarítmicas las cuales fueron mencionadas a continuación y se mostrara aquí en este apartado.

Ejemplo:

$$3^{x-1} = 2^x$$

$$\log 3^{x-1} = \log 2^x$$

$$(x - 1) \log 3 = x \log 2$$

$$x \log 3 - \log 3 - x \log 2 = 0$$

$$x(\log 3 - \log 2) = \log 3$$

$$x = \frac{\log 3}{\log 3 - \log 2} \text{ Solución buscada}$$

Ejercicios para practicar, resuelve cada ecuación exponencial aplicando las propiedades de los logaritmos y siguiendo los ejemplos dados

A) $4^x = 6^{1-x}$

B) $5^{3x-1} = 3^{1-2x}$

C) $e^{x-3} = 2^{x+1}$

D) $3^x \cdot 7^x = 22$

E) $3^{x-1} = 2^x$

Resuelve cada ecuación exponencial aplicando el cambio de variable y siguiendo los ejemplos dados.

Ejemplo:

$$2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$(2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 4 = 0.$$

Hacemos el cambio $t = 2^x$ y obtenemos la ecuación

$$t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$(t - 4)(t - 1) = 0$$

$$(t - 4) = 0 \rightarrow t = 4$$

$$(t - 1) = 0 \rightarrow t = 1$$

$t_0 = 1$, $t_1 = 4$. Deshacemos el cambio

$$2^x = 1 \qquad 2^x = 4$$

$$x = 0 \qquad y \qquad x = 2$$

- A) $4^x - 2^{x+4} + 64 = 0$
- B) $3^{2x+2} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$
- C) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$
- D) $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$
- E) $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$

Anexo 3



LICEO EL BUEN SAMARITANO
C/Mella, Km. 13, Jalonga, Hato Mayor del Rey, Rep. Dom.
Tel.: 829-973-6325; E-Mail: cssamaritano@gmail.com

EXAMEN DE MATEMÁTICA Tema: Ecuaciones Exponenciales

Docente: Daniel F. Carela

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

A) Selecciona la respuesta correcta en cada caso:

1) Es aquella ecuación que tiene la variable como exponente

A) Ecuación lineal B) Ecuación exponencial C) Ecuación cuadráticas

2) Es una de la forma de resolver ecuaciones exponenciales

**A) Igualando bases B) Por medio de los números enteros
C) Reduciendo términos semejantes**

B) Desarrolla cada ejercicio aplicando igualación de base:

A) $4^{x+3} = 2^{x-2} \cdot 2^6$

B) $7^{x+6} = 1$

C) $a^{5x-3} = a^{14+5x} \cdot a^{8x+7}$

C) Desarrolla cada ejercicio aplicando logaritmos:

A) $2^{2x} = 5^{1-2x}$

B) $2^x \cdot 5^x = 20$

D) Desarrolla cada ejercicio aplicando cambio de variable.

$2^x + 2^{1-x} = 3$