Universidad Heción Pro-Educación y Cultura **UNAPEC**

Decanato de Ingeniería y Tecnología



"Desarrollo de un Modelo Matemático de Propagación de Microondas Utilizadas por WiMax En la región Santo Domingo, Rep. Dom.

Trabajo de Grado para Optar por el Titulo de:

INGENIERO ELECTRÓNICO EN COMUNICACIONES

SUSTENTANTE:

BR. César Javier Lockhart de la Rosa Mat. 2004-1774

ASESOR:

Ing. Porfirio Sánchez

SANTO DOMINGO, D.N.

NOVIEMBRE, 2008

"Toda información contenida en esta investigación es publicada bajo la responsabilidad del autor."

AGRADECIMIENTOS

"A Dios y a su Santísima e Inmaculada Madre, a mis padres y hermanas, a mis profesores y a todos los demás que de manera encomiable han podido soportarme..."

TABLA DE CONTENIDOS

Metodología y Organización de los Contenidos	
1 Familia de Estándares IEEE 802.16	12
1.1 Evolución del Estándar	14
1.2 Principios Básicos de Redes WiMAX	17
2 Modelos Matemáticos	20
2.1 Tipos de modelos Matemáticos	23
2.1.1 Modelos Empíricos (Estadísticos)	23
2.1.2 Modelos Teóricos	23
2.1.3 Modelos Deterministas	24
2.1.4 Modelos Estocásticos	24
3 Entornos de Propagación y Características del Medio	25
3.1 Comportamiento de las ondas electromagnéticas	26
3.1.1 Constantes del medio	26
3.1.2 Ecuación de onda	27
3.1.3 Propagación en dieléctricos disipativos	31
3.1.4 Longitud de la onda y velocidad de propagación	34
3.1.5 Vector Poynting y potencia transmitida	37
3.2 Pérdidas en el espacio libre.	39
3.3 Efecto de la Refracción en la curvatura del lóbulo del rayo	41
3.3.1 Índice de Refracción	41
3.3.2 Factor K	43
3.4 Fenómeno de difracción	44
3.4.1 Difracción Por un único obstáculo de vértice tipo cuchilla	45

3.4.2 Difracción por múltiples obstáculos de vértices tipo cuchilla	48
3.5 Atenuación por lluvia	54
3.5.1 Modelo Brasileño	55
3.6 Atenuación debido a la Vegetación	56
3.6.1 Modelo de decaída Exponencial (EXD)	57
3.6.2 Modelo de Decaimiento Exponencial Modificado (MED)	58
3.6.3 Modelo de Rice	59
3.7 Otras consideraciones del Ambiente	59
4 Modelos de Propagación Existentes	62
4.1 Modelo de Propagación de Akumura - Hata	63
4.2 Modelo de Propagación COST 231-Hata	64
4.3 Modelo de Propagación de COST-Walfish-Ikegami (COST-WI)	65
4.4 Modelo de Propagación Erceg	68
5 Concepción del modelo matemático	70
5.1 Definición el problema	71
5.2 Conceptualización del modelo	71
5.3 Análisis de Factibilidad	79
6 Conlusiones y recomendaciones	81
7 Referencias Bibliografía	86

INTRODUCCIÓN

En la actualidad se ha acrecentado la necesidad de implementar sistemas de comunicaciones inalámbricos. Dichas necesidades, hasta el momento, habían sido suplidas por diversas tecnologías (GSM, CDMA, PCS) no obstante tales tecnologías poseen una muralla al ser utilizadas en comunicaciones de "Banda Ancha". Entiéndase por banda ancha cualquier enlace cuya tasa de transferencia supere los 512 Kbps síncrono.

Al llegar a estos temas, surge pues la necesidad de implementar otras tecnologías. A su manera, el Estándar WiFi (IEEE 802.11) quiso suplir esta necesidad, pero no pudo romper las barreras impuestas por las conexiones inalámbricas de largas distancias. También se encuentran los enlaces de microondas que, si bien es cierto, permiten conexiones a elevadas velocidades de transferencia y prolongadas distancias, no es menos cierto que los costos en los que hay que incurrir para establecer este tipo de sistemas exterminarían cualquier ventaja que el mismo pudiese significar con respecto a ancho de banda o distancia del enlace para un usuario corriente no corporativo. Además cabe destacar que este tipo de enlaces no son eficientes para redes de radio difusión.

Son estos son los huecos que pretende ser cubiertos por la nueva familia de estándares IEEE 802.16 (WiMAX) con los cuales se busca una tecnología estandarizada accesible al consumidor convencional basada en enlaces difusos de

microondas que permitan conectividad a largas distancias y elevados anchos de banda.

Esta nueva tecnología pareciese ser la respuesta a todas las plegarias, pero también tiene sus inconvenientes, entre ellos, cabe citar la fuerte pérdida de potencia en la señal debido a los acrecentados fenómenos de difracción y refracción en el rango de frecuencias en el que se opera. Estos efectos se ven aún más acrecentados por la presencia de árboles en regiones particulares que inducen pérdidas debido a dispersión y refracción, además de las consideraciones de atenuación por lluvias que, en el caso de los países caribeños, es de relevante importancia.

Con esta tesis se busca conceptualizar un modelo teórico matemático que tome en consideración los inconvenientes antes citados y permita la predicción de las pérdidas del trayecto para de esta manera poder estimar las potencias necesarias de transmisión y los puntos estratégicos de ubicación de las estaciones base.

Se consideraran modelos existentes, se presentarán teorías referentes a los diversos factores para luego integrarles en un único modelo.

Fases de Desarrollo

Para el desarrollo de la investigación se hará uso del siguiente esquema:



FIGURA 0. 1: ETAPAS DEL DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

En la primera parte, se expondrán las bases teóricas, en esto tendremos los capítulos 1, 2 y 3 que presentarán la información necesaria para comprender en lo adelante el desarrollo de la investigación.

Luego se procederá a presentar algunos modelos de propagación, sólo se presentarán los más relevantes, ya sea por su incidencia en la actualidad o porque algún principio en estos emitidos será utilizado para el planteamiento del modelo propio. Esta etapa queda cubierta con el capítulo 4.

Ya para finalizar se conceptualizará el diseño del modelo en cuestión. Para esto se integrarán los conceptos presentados en la primera etapa y se relacionará con los modelos de la segunda etapa para de esta manera poder presentar una estructura final del modelo matemático de propagación. Esta sección queda cubierta con el capítulo 5.

Organización de los Contenidos

Capitulo 1: Familia de Estándares IEEE 802.16

En este capítulo se exponen las bases de operación de las redes basadas en el estándar IEEE 802.16. Con esto se busca presentar las particularidades de este sistema para en el capítulo 5 poder identificar las características y variables que deberán ser analizadas.

Se analizan las características de la capa física y los principios de redes.

Capitulo 2: Construcción de modelos matemáticos

En este se especifican las pautas adecuadas a considerar a la hora de realizar un modelo matemático y lo que es aún más importante, se presentan los diversos tipos de modelos matemáticos existentes.

Capítulo 3: Entornos de Propagación y Características del Medio

Este es uno de los capítulos fundamentales. En este se presentan las teorías físicas sobre las cuales se fundamentarán las decisiones que se tomarán en el capítulo 5, en el cual se generará el modelo. Es un recuento de la teoría electrodinámica que envuelve la propagación de señales y de los factores que intervienen en la atenuación de tales señales.

Capítulo 4: Modelos de propagación Existentes

Se presentarán en este capítulo algunos modelos de propagación para que sirvan de referencia a la estructura del modelo a generar y para que se pueda entender porque los mismos no satisfacen de un todo los requerimientos planteados.

Capítulo 5: Concepción del Modelo Matemático

Se enlazarán todos los parámetros estudiados en el capítulo tres de acuerdo a la estructura requerida en el capítulo dos para conformar un modelo y tomando en consideración las características presentadas en el capítulo uno y en los modelos actuales ya existentes presentados en el capítulo 4. Al adecuar la estructura del enlace de manera que pueda satisfacer los requisitos estaremos pues en presencia de la estructura del modelo de propagación.

En una primera etapa se planteará el problema de una manera más específica.

Luego se determinarán las variables exógenas y endógenas necesarias para satisfacer

los requerimientos para después establecer las relaciones de lugar entre estas variables.

Luego se analizara la factibilidad de recopilación de la información requerida y de aplicación del modelo.

Capítulo 6: Conclusiones y Recomendaciones

Se presentarán los conceptos desarrollados de manera resumida y puntual y se realizarán las conclusiones de lugar referentes a la continuación del desarrollo del modelo. Se expondrán los pasos a seguir para la correcta validación del modelo y se harán recomendaciones referentes a la implementación del mismo.

Capítulo 7: Referencias Bibliográficas

Se presentan las referencias bibliográficas consultadas para el desarrollo de la investigación.

1 Familia de Estándares IEEE 802.16

Las soluciones técnicas que permiten el acceso inalámbrico de Banda Ancha (BWA¹) han existido ya desde hace tiempo. Sin embargo, las mismas habían mantenido un carácter propietario en su desarrollo. Conjuntamente con este carácter propietario, se habían mantenido todas las dependencias negativas que esto conlleva tal y como son la pobreza de interoperabilidad entre los productos de diferentes fabricantes, la falta de estandarización y regulación en las técnicas y recursos utilizados, la requerida especialización que debía poseer el personal involucrado y por último los elevados costos de adquisición e implementación de estas tecnologías. Es de esa manera como surge el estándar IEEE 802.16² para estandarizar y ofertar de una manera más asequible el acceso a banda ancha de manera inalámbrica.

Desde sus inicio a tenido un desarrollo tan fluido que el mismo ha sido considerado por muchos como una amenaza para la mayoría de los estándares existentes para transmisión de redes inalámbricas como lo son el Wi-fi (IEEE 802.11) o las redes celulares de tercera generación (3G), Si embargo en la actualidad este estándar viene a ser un complemento para las tecnologías antes citadas.

Al momento, el mismo no cuenta de ningún nicho específico en el cual ubicarlo, si no que se encuentra como una opción estandarizada, con gran adaptabilidad y potencia para suplantar otras tecnologías existentes. Sin embargo dada su etapa de desarrollo aún se encuentra en proceso de revisión y mejora.

² También identificado comercialmente como "WiMax" o "WirelessMAN"

¹ Del Ingles "Broadband Wireless Access"

A lo largo de este capítulo se presentará la manera básica de funcionamiento de los equipos basados en estas tecnologías y cuales so los requisitos que el estándar exige. De esa manera se pretenderá conocer cuáles son las características básicas de los entornos y aplicaciones en las cuales esta tecnología se ve involucrada.

1.1 Evolución del Estándar.

El Estándar IEEE 802.16 define las características principales del control de acceso al medio (MAC³) y la capa física (PHY) en la cual se define la manera en la cual se transmitirán las señales de microondas y las técnicas de modulación.

En lo que concierne a la investigación, el interés se centra en las exigencias de la capa física. De esa manera se podrá conocer cuál es el rango de frecuencias a ser utilizados y por ende se podrá analizar las herramientas propias a ser utilizadas para modelar las pérdidas de propagación.

El estándar IEEE 802.16 inicio como una manera de estandarizar los enlaces Puto Punto de microondas con línea de vista despejada. El mismo estaba destinado a proporcionar conexión a estaciones fijas a lo largo de una infraestructura de red. Entre las características básicas se encontraba el hecho de que la señal poseía línea de vista y las antenas una gran directividad; además se trabajaba con grandes potencias de transmisión y una elevada tasa de transmisión de datos (Syed Ahson, 2008).

En esta primera etapa el estándar IEEE 802.16 (2001) definió para la capa física las frecuencias de trabajo entre los 10GHz y los 66GHz con modulación adaptiva,

-

³ Del ingles "Medium Access Control"

dependiendo de las condiciones del canal, de QPSK, 16-QAM y 64-WAM. Cabe citar que, debido a la presencia de línea de vista, la modulación utilizada era de un sólo canal (SC). El ancho de banda utilizado por esta especificación del estándar es de 20 a 25 MHz en Estados Unidos y de 28 MHz en Europa.

Luego el estándar se expandió para poder ofrecer soporte directo a los usuarios finales de las redes de comunicación. De esta manera el estándar pasa a utilizarse como una solución al problema de espacio de los proveedores de servicios de internet (ISP), interconectando los usuarios finales con la infraestructura de la red de manera inalámbrica. Esta expansión dio lugar a la especificación IEEE 802.16a (2003). Esta especificación posee una nueva definición de la capa física para el uso del rango de frecuencia de 2.4GHz a 11GHz.

La especificación IEEE 802.16a dio lugar a la especificación IEEE 802.16d (2004) de la familia de estándares, la cual unifica lo presentado por la especificación IEEE 802.16 (2001) con la especificación IEEE 802.16a (2003) y es de esa manera como se tiene que esta nueva especificación posea un total de tres interfaces de aire (IEEE, 2006):

- WirelessMAN-SC2: Modulación de Portador único (Single Carrier Modulation)
- WirelessMAN-OFDM: Modulación OFDM con transformadas rápidas de Fourier
 (FFT) de 256 puntos y accesos TDMA al canal.
- WirelessMAN-OFDMA: Modulación OFDM con FFT de 2048 puntos y acceso múltiple de canal.

Para la primera interfaz el rango de frecuencias utilizado es el mismo que el rango de frecuencias utilizadas por la especificación IEEE 802.16 (2001) la cual es de 10 GHz a 66 GHz. Además esta necesitará línea de vista para poder realizar la conexión.

Las demás utilizan el rango de frecuencia introducido por la especificación IEEE 802.16a de la familia de estándares. En este el rango de frecuencias va desde los 2.4 GHz hasta los 11 GHz. Paro estos casos la línea de vista no es requerida propiciando de esta manera conexiones sin línea de vista (NLOS) o cercanas a la línea de vista (Near-LOS).

Luego se introdujeron especificaciones que permitirían el soporte a grandes cantidades de usuarios móviles y surgió la especificación IEEE 802.16e (2005) del estándar. En esta los rangos de frecuencia son los mismos que los utilizados en la IEEE 802.16d (2004) para estaciones fijas, sin embargo, esta introduce OFDMA escalable (sOFDMA).

Actualmente el Foro WiMAX⁴ a emitido certificados de interoperabilidad a equipos móviles que hacen uso de las frecuencias de 2.3GHz, 2.5 GHz y están iniciando las pruebas para 3.5 GHz para la implementación de el estándar IEEE 802.16e, Luego procederá con la certificación de productos que trabajen a frecuencias más elevadas y FDD.

⁴ Organización sin fines de lucro que se encarga de certificar la interoperabilidad entre los diversos desarrolladores de productos que utilizan la tecnología "WiMAX".

En sus inicio el Foro había certificados productos de acuerdo a las clasificaciones "Wave 15" o "Wave 26", sin embargo actualmente la certificación se realiza acorde a una nueva convención de nombres para perfiles a certificar. Estos perfiles son:

NOMBRE DEL PERFIL	BANDA	ANCHO DE BANDA	DUPLEXADO
MP01	2.3-2.4 GHz	8.75MHz	TDD
MP05	2.496-2.69 GHz	5 + 10 MHz	TDD
MP09	3.4 - 3.6 GHz	5 MHz	TDD
MP12	3.4 - 3.6 GHs	10 MHz	TDD

TABLA 1. 1: PERFILES UTILIZADOS POR WIMAX

En la actualidad, ya se bosqueja la creación de otra especificación, la especificación IEEE 802.16m que expondrá las pautas a seguir en el desarrollo de esta tecnología, no obstante, en la presente investigación nos centraremos en las especificaciones ya aprobadas. Por otro lado, dado que la interoperabilidad entre ambas, tanto la IEEE 802.16e y la IEEE 802.16m ha sido asegurada, las variaciones en lo que respecta al espectro utilizado descrito en la tabla anterior no será gravemente alterado. Es por tanto que el interés primordial para el análisis de propagación radica en los rangos de frecuencias arriba expuestos.

1.2 Principios Básicos de Redes WiMAX

La estructura de las redes WiMAX es muy similar al sistema de múltiples celdas utilizado por los celulares. En este intervendrán tres tipos principales de dispositivos (Syed Ahson, 2008):

⁵ Wave 1 certificaba productos con implementación de antenas SISO y específicos para la frecuencia de 2.3GHz – 2.5GHz en soporte a la red WiBRO de Corea.

⁶ Wave 2 con esta se certificaban productos que poseían características avanzadas tales como eran MIMO y "Beamforming".

Estación de Suscriptores (SS): Esta es la estación que servirá de interfaz directa al cliente y será la destinataria final del servicio.

Estación Base (BS): La estación base será el equipo que centralizará el enlace de las ES que se encuentren en esa celda.

Red Central (CN)⁷: la red central o el núcleo de la red es la que se encarga de centralizar los enlaces de las BS de cada celda las una con las otras. De esta manera se mantienen las interconexiones entre cada uno de los equipos.

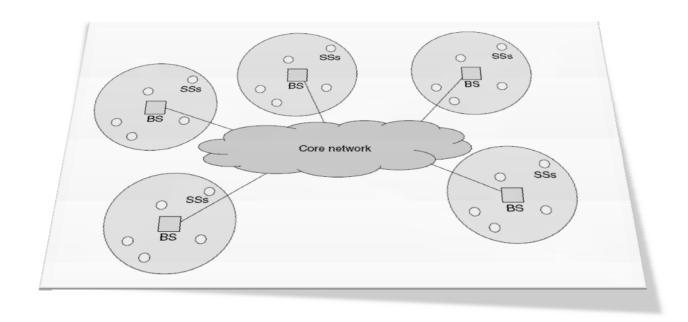


FIGURA 1. 1: DIAGRAMA DE REDES WIMAX (SYED AHSON, 2008)

De esta manera, varias SS se interconectan entre sí para formar una red IEEE802.16 a través de las BS, las cuales a su vez se interconectan entre sí para conformar una

⁷ Para mantener relación con la terminología común se utilizan las iniciales en idioma inglés "SS" (**S**ubscriber **S**tation) "BS" (**B**ase **S**tation) y "CN" (**C**ore **N**etwork). Las SS son también referenciadas como CEP (**C**ostumer **P**remisse **E**quipment).

mayor red IEEE 802.16 a través los CN. Se puede verificar por tanto lo centralizado de las redes basadas en el estándar IEEE 802.16.

Las conexiones entre los dispositivos pueden ser punto a punto, punto a multipunto o punto a punto consecutivo. No obstante, la especificación IEEE 802.16a introdujo la topología de malla. De esta manera una SS puede interconectar otra SS que no posea línea de vista con la BS haciendo las veces de enrutador.

En los enlaces entre las BS y las SS, las SS normalmente utilizan antenas altamente direccionales que apuntan a la BS mientras que las BS utilizan un arreglo de antenas de lóbulo amplio que en conjunto cubren los 360 grados. De esta manera se posee mayor calidad en la señal ya que el arreglo de antenas puede proveer mayor potencia y uniformidad en la cobertura. Esta es una gran diferencia con respecto a las redes celulares, las cuales en la BS poseen una antena omnidireccional. Esta es una de las razones por las que en los enlaces basados en el estándar IEEE 802.16 se pueden obtener mayores velocidades de conexión.

Luego de haber analizado la estructura de la red es bueno identificar el área de aplicación del análisis de propagación. El área de interés será la cubierta por los enlaces de conexión entre las SS y la BS, teniendo de esa manera un máximo de unos cuantos kilómetros. Específicamente, luego de verificaciones realizadas con compañías nacionales e internacionales, el espaciamiento es entre 1 y 5 kilómetros.

2 Modelos Matemáticos

2 MODELOS MATEMÁTICOS

Un modelo no es más que algo que imita las características más relevantes de la situación siendo estudiada (Bender, 2000). Un ejemplo de esto por ejemplo son los mapas de carretera, o los mapas geológicos, etc.

Por otro lado, un modelo puede por igual ser considerado⁸ como una medida de una situación específica en una escala diferente y mejor conocida (Aris, 1995). Por ejemplo, al modelar gráficamente en un mapa las características geográficas de un territorio nos encontramos pues haciendo una medida del territorio en una escala diferente pues que nos encontramos representando gráficamente en un papel una realidad física.

Es por ende, que un modelo conlleva la inserción de un grado de incertidumbre a la predicción o información que pretende representar. Es esta la razón por la cual la última prueba de un modelo es verificar que tan bien este se desempeña cuando es aplicado en el problema para el cual fue diseñado. Queda pues entendido que un modelo puede dirigir a predicciones incorrectas y por ende los modelos pueden ser descartados o, como sucede la mayoría de las veces, constantemente modificados o a veces simplemente se utilizan con todo y la incertidumbre de sus predicciones ya que al fin y al cabo es mejor poco que nada.

Un modelo matemático es un modelo que pretende representar una situación específica mediante el lenguaje de las matemáticas haciendo uso de sus bastas teorías.

⁸ Como de hecho lo expresa su derivación del latín "modus" (una medida)

En lo adelante, cuando se haga referencia a "modelo" implícitamente se estará haciendo referencia a "modelo matemático".

Las ventajas de trabajar con modelos matemáticos son:

- 1. Permiten formular idas precisas sin dejar cabidas a las presunciones.
- 2. Se posee un lenguaje conciso que facilitan la manipulación sistemática del modelo.
- Se posee un vasto número de teoremas que son potencialmente útiles para el desarrollo de nuestra teoría.
- 4. Se poseen ordenadores de elevada velocidad capaces de llevar a cabo los cálculos.

Las partes requeridas para la construcción de un modelo son las siguientes:

- Planteamiento del problema: Con esta se deberá limitar el área que abarca el modelo y definir de manera precisa el problema que el mismo pretenda resolver.
- 2. Conceptualización del modelo: Se deben bosquejar las relaciones básicas entre las variables independientes (exógenas) y cuales son las variables de salida (endógenas), a la vez que se deberá despreciar todas aquellas variables que no vayan a ser necesarias.
- 3. **Análisis de la factibilidad del modelo:** Verificar que las variables exógenas puedan ser recopiladas y que las relaciones entre las mismas puedan ser satisfechas.

4. **Prueba del modelo:** Se deben evaluar las predicciones del modelo para comparar con respecto a medidas experimentales su fiabilidad y eficiencia.

Habiendo ya especificado las ventajas y desventajas de los modelos matemáticos se procederá a definir los principales tipos de modelos matemáticos.

2.1 Tipos de modelos Matemáticos

2.1.1 Modelos Empíricos (Estadísticos)

Son modelos que se fundamentan en la recopilación de mediadas sobre el fenómeno analizar sobre el terreno de manera experimental y luego haciendo uso de recursos estadísticos se hace una extrapolación del comportamiento representado por una ecuación matemática.

Una de las principales ventajas de este tipo de modelo es que toma en consideración todas las variables del entorno de manera integra sin necesidad de que las mismas deban ser tratadas de manera aislada. Si embargo, esta ventaja conlleva por igual a su principal desventaja: no pueden ser aplicados en entornos que difieran mucho del entorno utilizado como parámetro, dificultando de esa manera la aplicación de los mismos a regiones fuera de las analizadas experimentalmente (Fernández, 2006).

2.1.2 Modelos Teóricos

Los modelos teóricos son aquellos que hacen uso de las teorías formales existente entorno al medio en que se modela (Leyes de la física, etc.) Estos modelos poseen la

ventaja de que pueden ser utilizados en cualquier entorno sin que se vea afectada la precisión de los resultados.

Sin embargo, dada la inmensa cantidad de variables exógenas que intervienen en el modelo, por lo regular es casi imposible conseguir todos los datos requeridos con las precisiones necesarias o en su defecto las mismas son muy difíciles de obtener. Por lo regular estos modelos son de carácter determinista, aún que se puede dar el caso de que se empleen teorías de distribuciones estadísticas que lo vuelvan estocástico.

2.1.3 Modelos Deterministas

Son modelos cuyo resultado es únicamente dependiente de las variables exógenas a evaluar. De esta manera se tiene que siempre se poseerán los mismos resultados al ser ingresadas las mismas entradas.

2.1.4 Modelos Estocásticos

Son modelos basados fundamentalmente en distribuciones estadísticas de carácter aleatorio de manera que la evaluación del modelo utilizando los mismos parámetros de entrada no siempre darán como salida los mismos resultados.

Cabe destacar, que los tipos de modelos anteriormente citados pueden ser combinados entre sí para de esa manera obtener un modelo que conjugue precisión de los resultados con agilidad en el desempeño. De ahí que existan modelos Semi-Empíricos, en los que se conjugan argumentos teóricos y variables deterministas con medidas experimentales y estocásticas extrapoladas.

3 Entornos de Propagación y Características del Medio

3 ENTORNOS DE PROPAGACIÓN Y CARACTERÍSTICAS DEL MEDIO

Las características propias en las cuales se lleva a cabo el enlace inalámbrico y por ende la eventual propagación de microondas, sonde de vital importancia a la hora de determinar las pérdidas en el enlace. Es por ende que el aislamiento de las características más influyentes y el entorno en que se da la conexión merecen especial atención en orden de definir el alcance y limites de aplicación del modelo, así como el nivel de fidelidad con la realidad del mismo.

En este capítulo se pretende por tanto cubrir los diversos entornos y características propias que influyen en la propagación de las microondas.

3.1 Comportamiento de las ondas electromagnéticas.

3.1.1 Constantes del medio

Antes de iniciar con la exposición del comportamiento de las ondas electromagnéticas, se hace necesario la definición de las constantes que en lo adelante se verán implicadas.

Las dos primeras constantes son la permitividad del medio (ε) y la permeabilidad magnética del medio (μ) las cuales en el espacio libre poseen los valores de:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} F/m \tag{3.1.1}$$

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \ H/m \tag{3.1.2}$$

Los valores de estas constantes para otro material en específico pueden ser obtenidos al multiplicar la cantidad relativa por la del espacio libre. La permitividad y la permeabilidad relativa de diversos materiales pueden ser encontradas en diversas tablas.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \tag{3.1.3}$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r \tag{3.1.4}$$

Otra constante de relevante interés es la conductividad del material (σ), la cual por igual puede ser obtenida en diversas tablas.

3.1.2 Ecuación de onda

La forma en la que las ondas electromagnéticas se propagan en un medio puede ser inferida tras el análisis de la forma punto de las ecuaciones de Maxwell en el dominio de la frecuencia compleja, aún y cuando se considere tan sólo la parte imaginaria de la misma.

Partimos pues de la forma punto de las ecuaciones de Maxwell para el espacio libre, las cuales, expresadas sólo en función del campo eléctrico (**E**) y el campo magnético (**H**) son⁹:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{3.1.5}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \tag{3.1.6}$$

⁹ A lo largo del escrito, las letras escritas en negritas hacen referencia a una magnitud vectorial.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \tag{3.1.7}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \tag{3.1.8}$$

Se debe denotar que dado que en este caso tratamos con campos variantes en el tiempo y no existe ninguna carga estática que sea suministro o sumidero de flujo de carga eléctrica ($\rho_v = 0$) la divergencia del campo eléctrico será igual a 0 ya que:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho_v \qquad (3.1.9)$$

Ahora, utilizando teoría de fasores se pasan las ecuaciones de Maxwell al dominio de la frecuencia compleja para obtener:

$$\nabla \times \mathbf{H}_{\mathbf{s}} = j\omega \varepsilon_0 \mathbf{E}_{\mathbf{s}} \tag{3.1.10}$$

$$\nabla \times \mathbf{E_s} = -j\omega \mu_0 \mathbf{H_s} \qquad (3.1.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E_s} = 0 \tag{3.1.12}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H_s} = 0 \tag{3.1.13}$$

Entonces, utilizando estas últimas ecuaciones de Maxwell en notación fasorial se puede obtener la forma de estado estable senoidal en el tiempo representado en la concisa ecuación de vectores fasoriales de Helmholtz. Para lograrlo se relacionaran dos ecuaciones que darán como resultado una última ecuación diferencial cuya solución es de interés.

Partiendo entonces de la identidad del cálculo vectorial que expresa que el rotacional del rotacional de un campo será igual al gradiente de la divergencia de dicho campo menos el laplaciano del campo y dado que, tal cual expresa la ecuación 3.1.7, la divergencia del campo eléctrico es cero, tenemos entonces que:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E_s} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E_s}) - \nabla^2 \mathbf{E_s} = -\nabla^2 \mathbf{E_s}$$
(3.1.14)

A su vez, por definición y sustitución, tenemos que el rotacional del rotacional del campo eléctrico será igual a:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E_s} = \nabla \times (j\omega\mu_0 \mathbf{H_s}) = -j\omega\mu_0 (\nabla \times \mathbf{H_s}) = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{E_s}$$
(3.1.15)

De ahí entonces que:

$$\nabla^2 \mathbf{E}_{\mathbf{s}} = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{E}_{\mathbf{s}} \tag{3.1.16}$$

La ecuación vectorial 3.1.16 es la conocida ecuación de Helmholtz.

Asumiendo que el campo electromagnético se propague en la dirección de z variando con respecto al tiempo en la dirección de x tendríamos pues que la notación con respecto al campo en x luego de desarrollar el laplaciano sería:

$$\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 E_{xs}$$
 (3.1.17)

Y si se tiene que el campo eléctrico no variará ni con respecto a "y" ni con respecto a "x", entonces se puede obtener una solución sencilla en la cual:

$$\frac{d^2 E_{xs}}{dz^2} = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 E_{xs} \tag{3.1.18}$$

Resolviendo esta ecuación diferencial por simple inspección se tiene que la solución es de la forma:

$$E_{xs} = Ae^{-j\omega z\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \tag{3.1.19}$$

Incluimos nuevamente el factor $e^{j\omega t}$ para convertir la ecuación 3.1.19 a su forma trigonométrica en el dominio del tiempo y luego de sacar la parte real y cambiar el factor de amplitud arbitrario A por E_{x0} que es el valor del campo eléctrico para cuando z y t son cero, tenemos:

$$E_x = E_{x0} \cos \left[\omega (t - z \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}) \right]$$
 (3.1.20)

De esa manera se obtiene la ecuación del campo eléctrico que viaja en la dirección de +z.

Para el campo magnético, dado que el mismo se propaga en la misma dirección del campo eléctrico pero con variaciones en el plano ortogonal al del campo eléctrico se puede obtener entonces de la ecuación 3.1.11 que:

$$\nabla \times \mathbf{E_s} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H_s} = \frac{\partial E_{xs}}{\partial z} = -j\omega\mu_0 H_{ys}$$
 (3.1.21)

Y luego de sustituir la ecuación 3.1.19 en 3.1.21, cambiar A por E_{x0} y hacer las debidas transposiciones de términos tenemos que:

$$H_{ys} = -\frac{E_{x0}}{j\omega\mu_0} \left(-j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \right) e^{-j\omega z\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$
 (3.1.22)

Y de este modo:

$$H_{y} = E_{x0} \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \cos[\omega(t - z\sqrt{\mu_{0}\varepsilon_{0}})]$$
 (3.1.23)

Se puede verificar entonces que la razón entre el campo eléctrico y el campo magnético es igual a la raíz cuadrada de la razón de la permeabilidad del medio y la permitividad, que en el espacio libre es:

$$\frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \eta \tag{3.1.24}$$

A esta razón entre el campo eléctrico y el campo magnético se le llama impedancia intrínseca del medio.

3.1.3 Propagación en dieléctricos disipativos.

Las respectivas ecuaciones para la propagación de ondas electromagnéticas en dieléctricos disipativos pueden ser obtenidas de manera análoga a las obtenidas en el espacio libre, sólo que será necesario tomar en consideración las características que este tipo de materiales introduce. Es de esa manera que se deberá introducir el termino de la densidad de corriente de conducción a la igualdad del rotacional del campo magnético expresado anteriormente en la ecuación 3.1.5.

Se tendría de esa manera que:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\sigma} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$
 (3.1.25)

$$\nabla \times \mathbf{H}_{\mathbf{s}} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\mathbf{E}_{\mathbf{s}} \tag{3.1.26}$$

Además se sustituiría la permeabilidad del espacio libre por la permeabilidad del material en la ecuación 3.1.11.

$$\nabla \times \mathbf{E_s} = -j\omega \mu \mathbf{H_s} \tag{3.1.27}$$

Además se utilizará para la solución de la ecuación una solución más general en la cual se introducirá un factor exponencial real que permitirá la atenuación de la señal a lo largo del trayecto. De esta manera la solución sería:

$$E_{xs} = E_{x0}e^{-\alpha z}e^{-j\beta z} (3.1.28)$$

Y si se introduce la constante de propagación γ como:

$$\gamma = \alpha + j\beta \tag{3.1.29}$$

Entonces se puede expresar la solución de la ecuación diferencial como:

$$E_{xs} = E_{x0}e^{-\gamma z} (3.1.30)$$

De esta manera al sustituir 3.1.30 en la ecuación diferencial se tiene:

$$\frac{d^2 E_{xs}}{dz^2} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)E_{xs}$$
 (3.1.31)

$$\gamma^2 E_{x0} e^{-\gamma z} = j\omega \mu (\sigma + j\omega \varepsilon) E_{x0} e^{-\gamma z}$$
 (3.1.32)

$$\gamma^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon) \tag{3.1.33}$$

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}$$
 (3.1.34)

Donde a la expresión $\frac{\sigma}{\omega \varepsilon}$ se le denomina tangente de pérdida.

Haciendo analogías entre 3.1.34 y 3.1.29 se llega a la conclusión de que, luego de obtenida el valor de la constante de propagación, la parte real será la constante de atenuación (α) y la parte imaginaria será la constante de fase (β)

A de notarse que si la conductividad es cero, caso en el cual nos encontraríamos en presencia de un dieléctrico perfecto, la constante de propagación sólo tendría componente imaginaría lo cual indicaría que:

$$\beta = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} \tag{3.1.35}$$

Y dado que no existe ninguna parte real la constante de atenuación (α) sería cero y si substituimos a β en la solución nos daríamos cuenta que estaríamos en presencia de la misma ecuación que obtuvimos para el espacio libre¹⁰.

Para el caso de dieléctricos disipativos, que es el caso más general ya que no existen condiciones de aislantes perfectos o conductores perfectos, se mantiene la relación entre el campo eléctrico y el campo magnético, sólo que en este caso la impedancia intrínseca se ve escalada por el inverso del factor que escala la constante de propagación antes la presencia de conductividad; de esa manera se tendría:

$$\frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - j^{\sigma}/\omega\varepsilon}} \right) = \eta = \eta_r + j\eta_i = \eta_r \angle \theta_{\eta}$$
 (3.1.36)

Se puede verificar de esta manera que la impedancia intrínseca poseerá una componente imaginaria y una componente real dando como resultado que el campo eléctrico y el campo magnético no estén en fase.

¹⁰ Hay que tener en cuenta que la permeabilidad y permitividad deben ser las del espacio libre.

Para los casos en los que la tangente de pérdida sea $\sigma/_{\omega\varepsilon} < 0.1$ se pueden utilizar ciertas aproximaciones de α y β sin que los resultados se vean gravemente comprometidos. Tales aproximaciones son:

$$\beta \approx \omega \sqrt{\mu \varepsilon} \sqrt{1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon}\right)^2}$$
 (3.1.37)

$$\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \tag{3.1.38}$$

3.1.4 Longitud de la onda y velocidad de propagación

Vamos a proceder ahora a obtener las expresiones genéricas para obtener la longitud de la onda y la velocidad a la que la misma se propaga.

La longitud de onda (λ) viene a ser la distancia recorrida por la onda en un ciclo. Para obtener una ecuación cuyo resultado sea la longitud de onda nos veremos en la necesidad de analizar la forma trigonométrica de la ecuación del campo magnético para dieléctricos disipativos la cual es:

$$E_x = E_{x0}e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z) \tag{3.1.39}$$

Aquí podemos observar, que si nos hacemos de cuenta de que la onda se encuentra en el tiempo t = 0 tendríamos que la longitud de onda sería pues la distancia recorrida en un ciclo, lo que luego de analizar el argumento del coseno nos daría que:

$$\beta \lambda = 2\pi \tag{3.1.40}$$

De ahí entonces que:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \tag{3.1.41}$$

La cual es la expresión genérica para obtener la longitud de una onda que se propaga en el espacio.

Para obtener una expresión para la velocidad de una señal que se propaga en el espacio se hará el siguiente análisis: Si se toma en cuenta la variación ambos parámetros, tanto la variación del tiempo como la variación de la distancia, tendríamos pues que para que el campo permaneciese constante sería necesario que el argumento del coseno fuese constante, o lo que es lo mismo:

$$\omega t - \beta z = constante \tag{3.1.42}$$

Y si derivamos en la expresión anterior obtendremos:

$$\omega \, dt - \beta \, dz = 0 \tag{3.1.43}$$

Al despejar la ecuación diferencial obtenemos:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = v \tag{3.1.44}$$

Se tendría que, luego de substituir β por su equivalente en el espacio libre, la velocidad en el espacio libre (c) sería:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 2.99792458 \times 10^8 \tag{3.1.45}$$

Y la longitud de onda en el espacio libre sería entonces:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = \frac{1}{f\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = \frac{c}{f}$$
 (3.1.46)

Atendiendo a la longitud de onda existen diversos rangos de frecuencia los cuales se listan en la siguiente tabla:

Diversos Rangos de Frecuencia

	Rango de		
Nombre	Frecuencias	Longitudes de Onda	
ELF	f < 3kHz	L >100km	
VLF	3kHz < f < 30kHz	10km < L < 100Km	
LF	30kHz < f < 300kHz	1km < L < 10km	
MF	300kHz < f < 3MHz	100m < L < 1km	
HF	3MHz < f < 30MHz	10m < L < 100m	
VHF	30MHz < f < 300MHz	1m < L < 10m	
UHF	300MHz < f < 3GHz	10cm < L < 1m	٦
SHF	3GHz < f < 30GHz	1cm < L <10cm	Microondas
EHF	30GHz < f < 300GHz	1mm < L < 1cm]
Infrarrojo	3THz < f < 430THz	0.698um < L < 100um	
Luminosas	430THz < f < 860THz	0.349um < L < 0.698um	

TABLA 3.1: RANGOS DE FRECUENCIA Y LONGITUDES DE ONDA

Formalmente, atendiendo a lo expuesto en los estándares IEEE 100 e IEC 60050, se reconocen como microondas las ondas cuyo rango de frecuencia se sitúan entre 1GHz y 300GHz.

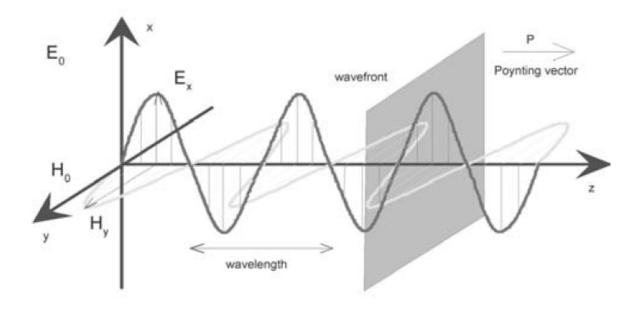


FIGURA 3.1. 1 PROPAGACIÓN DE LA ONDA ELECTROMGNÉTICA (SIZUM, 2005)

La potencia que fluye fuera de la superficie cerrada que rodea un volumen es igual a^{11} (William H. Hayt, 2001):

$$\oint_{S} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S} \tag{3.1.47}$$

Al producto cruz del campo eléctrico con el campo magnético es conocido como vector Poynting, ya que tal relación fue postulada por primera vez por el físico inglés Jhon H. Poynting. Este expresa la densidad de potencia instantánea en una región determinada.

$$\mathcal{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \tag{3.1.48}$$

¹¹ Se ha decidido no introducir la comprobación de lugar pero de ser requerido se puede realizar el análisis partiendo de la aplicación del producto punto del campo eléctrico con ambas igualdades de la ecuación de Maxwell 3.1.25.

De manera que usando 3.1.39 y la relación de 3.1.36 se tiene que:

$$E_x = E_{x0}e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z) \tag{3.1.39}$$

$$H_{y} = \frac{E_{x0}}{\eta_{r}} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_{\eta})$$
(3.1.49)

$$\mathcal{P}_{z} = E_{x}H_{y} = \frac{E_{x0}^{2}}{\eta_{r}}e^{-2\alpha z}\cos(\omega t - \beta z)\cos(\omega t - \beta z - \theta_{\eta})$$
(3.1.50)

Para simplificar, se utiliza la relación trigonométrica $\cos A \cos B = \frac{1}{2}\cos(A+B) + \frac{1}{2}\cos(A-B)$ para obtener:

$$\mathcal{P}_{z} = \frac{1}{2} \frac{E_{x0}^{2}}{\eta_{r}} e^{-2\alpha z} \left[\cos(\omega t - \beta z) + \cos \theta_{\eta} \right]$$
(3.1.51)

Para obtener la densidad de potencia promedio en un período podemos integrar la densidad de potencia instantánea en ese periodo para obtener:

$$\mathcal{P}_{z, prom} = T \int_0^T \frac{1}{2} \frac{E_{x0}^2}{\eta_r} e^{-2\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) dt + T \int_0^T \frac{1}{2} \frac{E_{x0}^2}{\eta_r} e^{-2\alpha z} \cos\theta_{\eta} dt \quad (3.1.52)$$

$$\mathcal{P}_{z, prom} = \frac{1}{2T} \frac{E_{x0}^{2}}{\eta_{r}} e^{-2\alpha z} \left(\int_{0}^{T} \cos(\omega t - \beta z) dt + \cos \theta_{\eta} \int_{0}^{T} dt \right)$$
(3.1.53)

$$\mathcal{P}_{z, prom} = \frac{1}{2T} \frac{E_{x0}^2}{\eta_r} e^{-2\alpha z} \left(\left[\frac{1}{\omega} \sin(\omega t - \beta z) \right]_0^T + \cos \theta_{\eta} \left[T \right]_0^T \right)$$
(3.1.54)

Dado que la evaluación de un período completo del seno será igual a 0 se tiene entonces que:

$$\mathcal{P}_{z, prom} = \frac{1}{2} \frac{E_{x0}^{2}}{\eta_{r}} e^{-2\alpha z} \cos \theta_{\eta}$$
 (3.1.55)

3.2 Pérdidas en el espacio libre.

El primero de los factores a considerar en el entorno es el espacio libre en sí y las pérdidas en la transmisión de potencia que el mismo infiere.

Para hacer el análisis de las pérdidas debido al espacio libre utilizaremos pues la antena isotrópica. Este tipo de antena irradia en todas direcciones de manera uniforme y posee ganancia unitaria, o lo que es lo mismo, una ganancia de 0dB. Es de esta manera que la densidad de potencia total irradiada al medio puede ser entonces considerada como:

$$Dp = \frac{P_t}{4\pi d^2} \tag{3.2.1}$$

Como se puede verificar en la ecuación 3.1 tendremos por tanto que la densidad será igual a la potencia total entre el área total de la esfera en la cual el mismo es irradiado. En esta ecuación:

 P_t : Es la Potencia total transmititda

d: Es la distancia desde el transmisor al punto donde se desea encontrar la densidad

De esta manera se tiene que si una antena receptora de área A_r es colocada en la superficie de la esfera antes descrita la potencia total recibida será igual al producto de la densidad de potencia por el área de la antena receptora. Teniendo de esa manera que, en un caso ideal y en el espacio libre la potencia recibida sería (Balanis, 1997):

$$P_r = P_t \frac{A_r}{4\pi d^2} \tag{3.2.2}$$

Si tenemos ahora que, una antena transmisora de área A_t que concentra la potencia radiada en un único lóbulo direccional, tendremos que su ganancia con respecto a la potencia radiada por una antena isotrópica sería:

$$g_t = \frac{4\pi A_t}{\lambda^2} \tag{3.2.3}$$

Ahora, si utilizamos esta antena transmisora envés de la isotrópica anterior, tendremos que la potencia se verá escalada g_t unidades, de manera que:

$$P_r = P_t \left(\frac{4\pi A_t}{\lambda^2}\right) \left(\frac{A_r}{4\pi d^2}\right) \tag{3.2.4}$$

Si procedemos ahora a reorganizar la ecuación 3.2.4 para expresarla en función de la ganancia de las antenas transmisoras y receptoras tendríamos:

$$P_r = P_t \left(\frac{4\pi A_t}{\lambda^2}\right) \left(\frac{4\pi A_r}{\lambda^2}\right) \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \tag{3.2.5}$$

$$P_r = P_t g_t g_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \tag{3.2.6}$$

De ahí que el expresando la razón de la potencia recibida con respecto a la potencia transmitida tenemos que:

$$10\log\left(\frac{P_t}{P_r}\right) = -10\log(g_t) - 10\log(g_r) + 10\log\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2$$
 (3.2.7)

$$10\log\left(\frac{P_t}{P_r}\right) = -10\log(g_t) - 10\log(g_r) + 20\log\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)$$
 (3.2.8)

De esta manera se tendría que la perdida de espacio libre sería:

Perdida Espacio Libre =
$$20 \log \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)$$
 (3.2.9)

3.3 Efecto de la Refracción en la curvatura del lóbulo del rayo.

3.3.1 Índice de Refracción

El índice de refracción se define como la razón entre la velocidad de propagación de una señal en el espacio libre con respecto a la velocidad de propagación en un espacio determinado. De manera, que por definición tendríamos que en presencia de un dieléctrico no disipativo:

$$n = \sqrt{\mu_r \varepsilon_r} \tag{3.3.1}$$

Otra manera de obtener el índice de refracción puede ser a través de la refractividad del radio (N), de manera que (Freeman, 2007):

$$n = 1 + N \times 10^{-6} \tag{3.3.2}$$

Donde:

$$N = \frac{77.6}{T} \left(P + 4810 \frac{e}{T} \right) \tag{3.3.3}$$

En esta última ecuación tendríamos que:

P = Presión atmosférica (hPa)

e = Presión del vapor de agua (hPa)

T = Temperatura en grados Kelvin

Para referencias rápidas se puede utilizar la siguiente relación entre la presión del vapor de agua y la humedad relativa:

$$e = \frac{He_s}{100} \tag{3.3.4}$$

$$e_s = a \exp\left(\frac{bt}{t+c}\right) \tag{3.3.5}$$

Donde:

H = humedad relativa en porcentaje

t = Temperatura en grados Celsius

 e_s = Presión del vapor saturado a la temperatura t.

Los coeficientes a, b y c son respectivamente

Constantes	Para agua	Para Hielo
A	6.1121	6.1115
В	17.502	22.452
С	240.97	272.55
Т	-20°C a 50°C	-50°C a 0°C

TABLA 3.2: COEFICIENTES A, B, C PARA PRESIÓN DEL VAPOR DE SATURACIÓN

3.3.2 Factor K

Este es un factor más propio de los enlaces con línea de vista. El factor K es un factor que ayuda a cuantificar la curvatura de los rayos emitidos a lo largo de un trayecto debido al fenómeno de refracción.

La curvatura de los rayos es debido al cambio del índice de refracción del medio en el que se transporta la señal, la velocidad a la que se desplaza la onda variará al cambiar las condiciones del entorno. Debido a esto, la línea de vista del enlace no es totalmente recta, sino que es un tanto curva permitiendo por tanto que la línea de vista real se extie (Balanis, 1997)nda un poco más allá del horizonte recto.

Para ilustrar lo que se desea exponer se puede hacer uso de la gráfica siguiente:

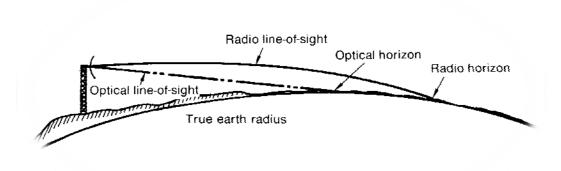


FIGURA 3. 1: HORIZONTE DEL ENLACE DE RADIOFRECUENCIA (FREEMAN, 2007)

Se puede pues verificar que la línea de vista de la señal de radio puede llegar a abarcar mayor territorio que la línea de vista óptica.

Es pues que el factor K está definido como la razón del radio efectivo del enlace con respecto al radio de la tierra, es decir:

$$K = \frac{r_e}{r_t} \tag{3.3.6}$$

Donde r_e es el radio efectivo con el cual se desplaza la señal de radio y r_t es el radio de la tierra.

Otra manera más práctica de obtener el factor K de un enlace es haciendo la supuesta de que el índice de refracción, n, varía de manera lineal con la altura para las primeras decenas de kilómetros sobre la superficie de la tierra. De ser así, se pudiese obtener el factor k como resultado del gradiente $\Delta n/\Delta h$ utilizando (Freeman, 2007):

$$K = \frac{r_e}{r_t} = \left(1 + \frac{r_t \Delta n}{\Delta h}\right)^{-1} \tag{3.3.7}$$

De la cual, tomando el radio de la tierra como 6370km y utilizando la igualdad descrita en 3.3.2 se puede tener que:

$$K = \frac{r_e}{r_t} = \left(1 + \frac{\left(\frac{\Delta N}{\Delta h}\right)}{157}\right)^{-1} \tag{3.3.8}$$

3.4 Fenómeno de difracción

La difracción es el fenómeno que describe la capacidad de las ondas de rodear los obstáculos que puedan interponérseles. Vista de otra manera, la difracción viene a ser

la creación de otro trayecto alterno de la onda de propagación que al llegar al receptor puede causar interferencias constructivas o destructivas con la señal original.

3.4.1 Difracción Por un único obstáculo de vértice tipo cuchilla.

Para este caso, las pérdidas causadas por dispersión están bien definidas en función de los teoremas de Fresnel.

De esa manera si definimos d como la distancia entre el transmisor y el receptor, d1 y d2 como las distancias del transmisor al obstáculos y del receptor al obstáculo y h como la altura del obstáculo medida desde la línea de vista del transmisor y el receptor al extremo del obstáculo, entonces se puede hacer uso del parámetro V que queda definido como (Alpuente):

$$v = h\cos\alpha \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2}\right)} \approx \theta \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}\right)}$$
(3.4.1)

Donde,

$$\theta = h \frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \tag{3.4.2}$$

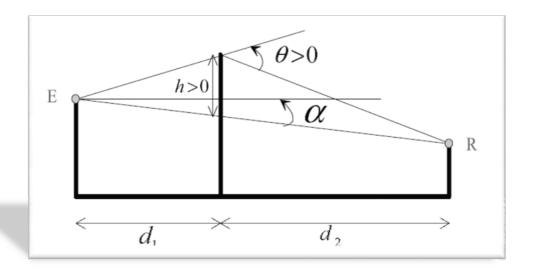


FIGURA 3. 2: INTERFERENCIA DE UN SÓLO VÉRTICE H POSITIVA (SIZUM, 2005)

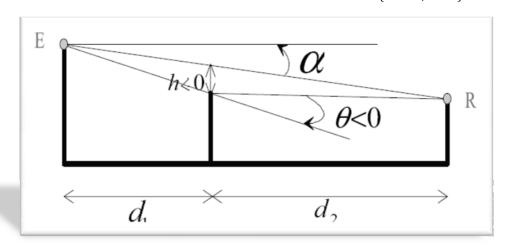


FIGURA 3. 3: INTERFERENCIA DE DOS VÉRTICES H NEGATIVA (SIZUM, 2005)

Cómo se habrá podido dar cuenta, dado el hecho de que d1 y d2 serán siempre mucho mayores que h, α se ha tomado como cero y su coseno como uno.

Luego del desarrollo en serie de las integrales de Fresnel para obtener la fuerza del campo eléctrico en el punto de recepción, se pueden llegar a las siguientes aproximaciones:

$$v \le -0.71 A_{db} = 0 (3.4.3)$$

$$-0.71 < v \le 2.3 A_{db} = -6.9 + 20 \log \left[\sqrt{(v - 0.1)^2 + 1} - v + 0.1 \right] (3.4.4)$$

$$v > 2.3$$
 $A_{db} = -12.95 + 20 \log v$ (3.4.4)

Algunos otros autores prefieren introducir otro término que relacione el radio del elipsoide en el punto donde se encuentra el obstáculo con la distancia h.

De esta manera se tiene que si el entorno es:

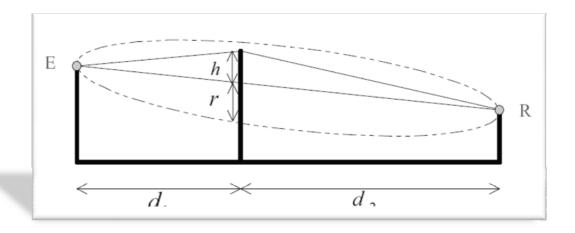


FIGURA 3. 4: RELACIÓN DE LA ALTURA H Y EL RADIO R DE LA ELIPSOIDE (SIZUM, 2005)

Entonces el parámetro q=h/r puede ser relacionado con el parámetro Fresnel-Kirshhoff (v) para obtener:

$$q = \frac{h}{r} = \frac{v}{\sqrt{2}} = h \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{\lambda d_1 d_2}}$$
 (3.4.5)

En la práctica, las siguientes ecuaciones pueden ser utilizadas (Sizum, 2005):

$$q < -0.5: A_{db} = 0 (3.4.6)$$

$$-0.5 \le q < 0.5$$
: $A_{db} = 6 + 12\frac{h}{r}$ (3.4.7)

$$0.5 \le q < 1: A_{db} = 8 + 8\frac{h}{r} (3.4.8)$$

$$q \ge 1$$
: $A_{db} = 16 + 20 \log\left(\frac{h}{r}\right)$ (3.4.9)

3.4.2 Difracción por múltiples obstáculos de vértices tipo cuchilla.

En este caso se desea analizar la atenuación existente debido a la presencia de varios obstáculos en el trayecto. Para cumplir con tal objetivo se pueden seguir dos vías; o se continúa un análisis ostentoso de los teoremas de Fresnel y sus respectivas contribuciones a los teoremas de difracción obteniendo de esa manera un modelo teórico, o se desarrolla un modelo aproximado cuyo sacrificio al introducir un nivel mayor de incertidumbre se vea recompensado con las elevadas cotas de rendimiento en cuanto a lo rápido y sencillo de su procesamiento.

3.4.2.1 MODELOS TEÓRICOS

Los modelos teóricos son modelos en los cuales el análisis se hace fundamentado en los principios teóricos que rigen el comportamiento de las ondas electromagnéticas. De estos se pueden obtener resultados bastante precisos, sin embargo, la precisión de los resultados se verá comprometida por la precisión y fidelidad de los datos de entrada, además este tipo de modelos conlleva un desarrollo riguroso y complejo consumiendo bastante recursos computacionales.

3.4.2.1.1 MÉTODO DE MILLINGTON

En este modelo se expresa el exceso de atenuación con respecto a las pérdidas por espacio libre que sufriría un enlace debido a la obstrucción de dos obstáculos con vértices tipo cuchilla.

Siempre y cuenta las distancias d2, d2 y d3 >> h se puede hacer uso de las siguientes ecuaciones para obtener la razón del campo eléctrico en un medio difractado con respecto al campo en el espacio libre (Mokhtari, 1999):

$$\frac{E}{E_0} = -\frac{j}{2} \left[G_{(\rho_0, \gamma_1)} + G_{(\rho_0, \gamma_2)} \right]$$
 (3.4.10)

Donde:

$$\gamma_1 = \tan^{-1} \left(\frac{q \sin \alpha}{p - q \cos \alpha} \right) \tag{3.4.11}$$

$$\gamma_2 = \tan^{-1} \left(\frac{p \sin \alpha}{q - p \cos \alpha} \right) \tag{3.4.12}$$

$$\rho_0 = \frac{\sqrt{p^2 + q^2 - 2pq\cos\alpha}}{\sin\alpha} \tag{3.4.13}$$

$$q = h_2 \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2 + d_3)}{\lambda(d_1 + d_2)d_3}}$$
 (3.4.14)

$$p = h_1 \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2 + d_3)}{\lambda(d_3 + d_2)d_1}}$$
 (3.4.15)

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{d_2(d_1 + d_2 + d_3)}{(d_1 + d_2)(d_3 + d_2)}} \right)$$
 (3.4.16)

$$G_{(\rho_0,\gamma)} = j \frac{\gamma}{\pi} e^{\left(j\frac{\pi}{2}\rho_0^2\right)} - I_{(\rho_0,\gamma)}$$
 (3.4.17)

$$I_{(\rho_0,\gamma)} = \int_{\rho_0}^{\infty} \rho \cdot \sin^{-1}\left(\frac{\rho_0 \sin \gamma}{\rho}\right) e^{\left(j\frac{\pi}{2}\rho_0^2\right)} d\rho \tag{3.4.18}$$

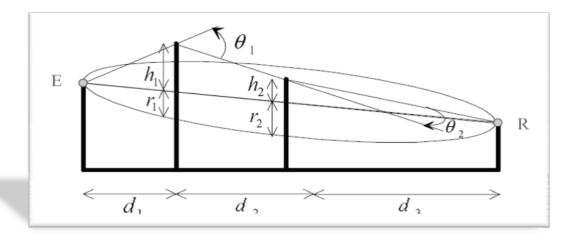


FIGURA 3. 5: INTERFERENCIA DE DOS VÉRTICES MILLINGTON (SIZUM, 2005)

3.4.2.2 MODELOS APROXIMADOS

Este tipo de modelos son muchos más prácticos a la hora de ser aplicados aún y cuando los resultados sean una aproximación de la realidad. De esa manera se tiene, que, aún y cuando los resultados son inexactos el nivel de incertidumbre introducido en comparación con la eficiencia computacional es bastante aceptable.

Entre estos modelos se presentarán inmediatamente los dos fundamentales para los fines requeridos, el de Epstein-Peterson, y el de Deygout.

3.4.2.2.1 MODELO DE EPSTEIN-PETERSON

En este modelo se asume que la perdida debido a múltiples obstáculos puede ser deducida de la sumatoria de la perdida introducida por cada uno de los obstáculos. De esta manera la sumatoria total de todas las pérdidas introducidas dará como resultado la pérdida total del trayecto.

Realicemos primeramente un ejemplo para cuando existen dos obstáculos. El escenario es el que presenta la siguiente gráfica:

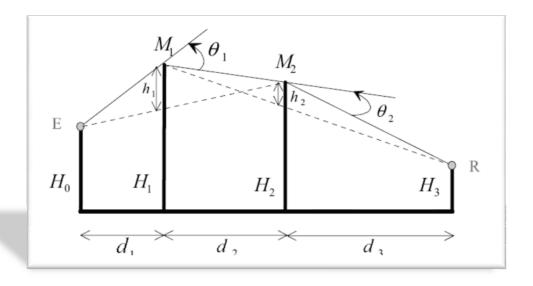


FIGURA 3. 6: INTERFERENCIA DE DOS VÉRTICES EPSTEIN-PETERSON (SIZUM, 2005)

De esta manera tendríamos pues que la pérdida total del trayecto sería la pérdida inducida por el trayecto M_1 (desde H_0 a H_2) sumada a la pérdida inducida por el trayecto M_2 (desde H_1 a H_3) lo cual queda representado en la siguiente ecuación (Sizum, 2005):

$$A_{db} = A_{db}(M_1) + A_{db}(M_2) (3.4.20)$$

Donde:

$$A_{db}(M_1) = f(d_1, d_2, h_1) (3.4.21)$$

$$A_{db}(M_2) = f(d_2, d_3, h_2) (3.4.22)$$

De manera que se puede aplicar el concepto de pérdidas por difracción de un solo objeto con borde de cuchilla.

Para obtener las alturas de h_1 y h_2 respectivamente, se puede realizar la siguiente igualdad basada en la gráfica anteriormente presentada.

$$h_1 = (H_1 - H_0) - d_1 \frac{H_2 - H_0}{(d_1 + d_2)}$$
 (3.4.23)

$$h_2 = (H_2 - H_1) - d_2 \frac{H_3 - H_1}{(d_2 + d_3)}$$
 (3.4.24)

Basados en este método hay otros tantos que hacen uso del mismo principio de razonamiento, tal es el caso del modelo de Shibuya.

3.4.2.2.2 MODELO DE DEYGOUT

En este modelo se asume que uno de los vértices es el dominante. Las pérdidas por difracción introducidas por este vértice son las primordialmente responsables de la atenuación por difracción del trayecto. Los demás vértices tan sólo juegan un papel segundario.

Para determinar cuál es el obstáculo predominante se hará uso del parámetro q definido en la sección 3.4.1. Tendremos pues que el obstáculo con mayor q será el obstáculo predominante mientras los demás serán considerados como segundarios.

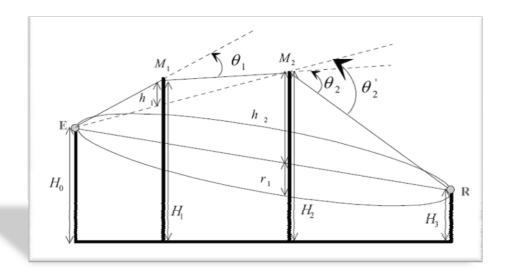


FIGURA 3. 7: INTERFERENCIA DE DOS VÉRTICES DEYGOUT (SIZUM, 2005)

Trabajemos pues con una aplicación en la cual se encuentren dos obstáculos. En este caso, la pérdida total será entonces igual que la relación expresada en la ecuación 3.4.20 lo único que entonces, si asumimos que el obstáculo más relevante es M_2 tendríamos que:

$$A_{db}(M_1) = f(d_1, d_2, h_1) (3.4.21)$$

$$A_{db}(M_2) = f(d_1 + d_2, d_3, h_2) (3.4.25)$$

Donde:

$$h_1 = (H_1 - H_0) - d_1 \frac{H_2 - H_0}{(d_1 + d_2)}$$
 (3.4.23)

$$h_2 = (H_2 - H_1) - (d_1 + d_2) \frac{H_3 - H_0}{(d_1 + d_2 + d_3)}$$
 (3.4.27)

No obstante, dado que este es un método aproximado para obtener las pérdidas por difracción, en el caso en que existan dos obstáculos de similares alturas se debe introducir un término correctivo que respondiese a la corrección de Causebrok. Si M_1 y M_2 son de similares alturas, entonces tendríamos que el término correctivo sería (Alpuente):

$$T_c = 20 \log \left(\csc^2 \alpha - \frac{v_2}{v_1} \csc \alpha \cot \alpha \right)$$
 (3.4.28)

Donde $v_1 \ge v_2$ y α :

$$\alpha = v \sqrt{\frac{\lambda}{2} \left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2}\right)} \tag{3.4.29}$$

Donde, si no se desea trabajar con el parámetro v se puede utilizar la relación expuesta en la ecuación 3.4.5 para utilizar el parámetro q.

3.5 Atenuación por lluvia

La atenuación por lluvia va a depender de varios factores, entre los que cabe mencionar la distribución de tamaño de las gotas de agua, la temperatura y la velocidad de caída de las mismas. Estas medidas deberán ser tomadas para una localidad en específico y no podrán ser generalizadas dada las diferentes variaciones de estos parámetros en diversos territorios. Esta atenuación es más influyente en el caso de los enlaces satelitales.

Existen varios métodos desarrollados para obtener las pérdidas introducidas por la lluvia. En lo adelante nos centraremos en el modelo estadístico, brasileño.

3.5.1 Modelo Brasileño

Según este modelo, la atenuación debido a lluvia de un trayecto estaría dada por la ecuación (Sizum, 2005):

$$A_{db} = \gamma_p. L_{ef} \tag{3.5.1}$$

Donde γ_p es la atenuación específica en dB/m dada por la ecuación:

$$\gamma_p = k \cdot R_p^{\alpha} \tag{3.5.2}$$

En esta ecuación, k y α son constantes que dependen de la polarización y de la onda electromagnética y no son relevantes sino hasta después de los 6GHz (Ate08). Sus valores se presentan en la siguiente tabla:

Frecuencia				
(GHz)	k _H	$lpha_{H}$	k _V	α_{\lor}
6	0,00175	1,308	0,00155	1,265
8	0,00454	1,327	0,00395	1,310
10	0,0101	1,276	0,00887	1,264
20	0,0751	1,099	0,0691	1,065
30	0,187	1,021	0,167	1,000
40	0,350	0,939	0,310	0,929
60	0,707	0,826	0,642	0,824
				0,744
100	1,12	0,743	1,06	

TABLA 3. 3: COFICIENTES PARA ATENUACIÓN POR LLUVIAS

 R_p es la tasa de precipitación del lugar en el que se analiza la pérdida.

La longitud efectiva del trayecto (L_{ef}) viene dada por la ecuación:

$$L_{ef} = L_s \cdot r_p \tag{3.5.4}$$

Donde el factor de longitud equivalente del trayecto viene dada por:

$$r_p = \frac{1}{1 + \frac{L_s \cos \theta}{L_{R0}}}$$
 (3.5.5)

 L_s es la longitud del trayecto inclinado en kilometro y esta dado por las siguientes ecuaciones en función del ángulo de inclinación θ , la altura de la celda de lluvia equivalente h_r y la altura de la estación base:

$$L_s = \frac{(h_r - H_s)}{\sin \theta} , \quad \theta \ge 5^{\circ}$$
 (3.5.6)

$$L_{s} = \frac{2(h_{r} - H_{s})}{\left[\sin^{2}\theta + \frac{2(h_{r} - H_{s})}{R_{e}}\right] + \sin\theta}, \quad \theta < 5^{\circ}$$
(3.5.7)

En esta ecuación R_e es el radio efectivo de la tierra y h_r esta dada por

$$h_r(R_p, p) = (3.849 + 0.334 \log p)[1 + e^{-0.2R_p}]$$
 (3.5.8)

Y L_{R0} sería la longitud de la celda de lluvia que vendría dada por:

$$L_{R0}(R_p, p) = 200[1 + R_p^{(0.425 - 0.089 \log p)}]^{-1}$$
 (3.5.9)

Donde *p* es el porcentaje de tiempo de la precipitación.

3.6 Atenuación debido a la Vegetación

Como se pudo verificar anteriormente en la sección 3.2, cuando un campo electromagnético se desplaza a través de un material disipativo existirá una perdida a medida que se propaga. Al propagarse a través de las hojas de los árboles, las señales

de radiofrecuencia decrecen su potencia debido a dos factores primordiales, la atenuación por propagarse en un medio disipativo y el factor de transmitancia debido a condiciones de frontera entre diversas regiones con diferentes características.

Existen diversos modelos para modelar la atenuación por vegetación, a continuación se presentan los más relevantes.

3.6.1 Modelo de decaída Exponencial (EXD)

Este modelo se basa en el principio de atenuación de la potencia transmitida en medios disipativos expuesto en la sección 3.2.

Según recordamos, la potencia promedio, resultante de la integración del vector Poynting en un período de la señal nos arrojo como resultado que la potencia se atenuaba de manera exponencial a medida que se propagaba la señal. Basado en este principio, este modelo refiere las pérdidas de potencia a la largo de un trayecto en el cual existe considerada vegetación mediante la siguiente expresión:

$$P_r = P_t e^{-\alpha d} \tag{3.6.1}$$

De donde el factor de la transmitancia (τ) queda entonces como:

$$\tau = e^{-\alpha d} \tag{3.6.3}$$

De manera que las pérdidas en dB vendrían a ser:

$$A_{dh} = 10\log\tau = \alpha d \tag{3.6.4}$$

Donde d sería la distancia del recorrido y α sería la atenuación específica expresada en dB/m la cual puede ser obtenida utilizando la ecuación 3.5.3 siempre y cuando se encuentren en el rango de frecuencias de 0.1 a 3.2GHz.

$$\alpha = 0.26 f^{0.77} \tag{3.6.5}$$

En esta ecuación la frecuencia (f) esta expresada en GHz.

3.6.2 Modelo de Decaimiento Exponencial Modificado (MED)

Como se habrá podido dar cuenta de la analogía con respecto a los resultados de la potencia promedio por resolución del vector Poynting, lo que se expresa como coeficiente de atenuación específica no es mas que un término relacionado con el doble de la constante de desvanecimiento que veíamos en la sección 3.2, vale destacar que en este caso lo estamos expresando en dB/m y en la sección 3.2 la constante de desvanecimiento estaba expresada en neper por metros.

Tras esa analogía nos damos cuenta de que en realidad la atenuación específica no depende de la frecuencia, sino de las características del medio en el que se propaga (conductividad, permeabilidad y permitividad) sin embargo, debido a que obtener tales informaciones con aceptada precisión es bastante incomodo e improbable se ha definido un valor experimental para la constante de atenuación específica en el cual se relaciona la misma con la frecuencia. Esta relación anterior con lleva a que se incurran en errores a lo largo del trayecto, y es l razón por la cual, experimentalmente, se redefinió el modelo de decaimiento exponencial para que la constante de atenuación específica asumiera los siguientes valores:

$$\alpha = 1.33 f^{0.284} d^{-0.412}, \ 14km \le d \le 400km$$
 (3.6.6)

$$\alpha = 0.45 f^{0.284}, \ 0km \le d < 14km$$
 (3.6.7)

3.6.3 Modelo de Rice

En este modelo la atenuación específica es presentada por la siguiente ecuación:

$$\alpha = a_1 \sigma + a_2 e^{\left(\frac{-a_3}{f}\right)} \log\left(1 + \frac{f}{a_4}\right) \tag{3.6.8}$$

Donde σ es la conductividad del entorno mientras que $a_1=1637, a_2=0.2717,$ $a_3=0.09, a_4=0.1$ y la frecuencia se encuentra expresada en GHz y deberá ser mayor que 1GHz.

3.7 Otras consideraciones del Ambiente

Una de las características más importantes que se debe considerar a la hora de analizar un ambiente es la escala del mismo. Para tal razón se han clasificado los ambientes en los cuales se realiza una transmisión de acorde a su escala en diversos tipos de celdas de la siguiente manera:

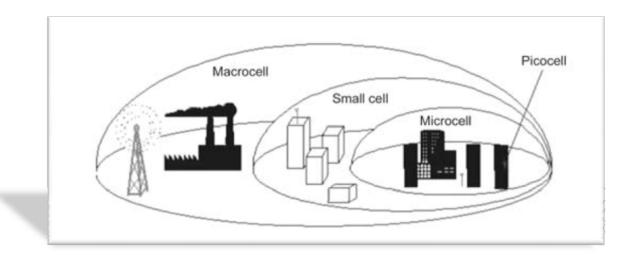


FIGURA 3. 8: CELDAS UTILIZADAS PARA WIMAX (SIZUM, 2005)

La celda de mayores dimensiones es la Macro-Celda con un radio activo en el orden de varias decenas de kilómetros. El ambiente de celdas de este tipo es generalmente rural o montañoso y la antena de la estación base se encuentra localizada en un punto elevado. La altura típica de la estación base es de unos 15 metros si es sobre un mástil o torre y de unos 20 metros se encuentra sobre un edificio.

Con el incremento de los usuarios, en zonas urbanas mayormente, las dimensiones de la celda tuvieron que ser reducidas para reducir la distancia de rehúso de las frecuencias. La celda más común en los sectores urbanos es la Celda-Pequeña. Su área de cobertura posee un radio menor que unos tantos kilómetros y la antena de la estación base es colocada sobre el nivel del techo de unos 3 a 10 metros sobre el nivel del suelo.

En áreas urbanas muy densas, las Celdas-Pequeñas son reemplazadas por Micro-Celdas con un radio activo de unos cienos de metros. La antena de la estación base en este caso es colocada por debajo de la altura de los edificios y la señal es guiada a través de las calles.

La celda más pequeña viene a ser entonces la Pico-Celda, la cual es una celda interna con un radio de algunas decenas de metros que permite la interconexión dentro del edificio donde la antena de la estación base se encuentra localizada.

4 Modelos de Propagación Existentes

4 MODELOS DE PROPAGACIÓN EXISTENTES

Los modelos de propagación son desarrollados para con dos objeticos básicos:

- En la concepción y diseño de interfaces de radios para optimizar el desempeño de las mismas.
- 2. Durante el desarrollo de sistemas de radio para predecir los rangos de cobertura.

En el primer caso, el modelo se utiliza para simular un sistema de radio y así poder determinar las características que debería tener la interface de radio para mejorar su rendimiento y reducir el nivel de incertidumbre. Para el segundo caso, el modelo se utilizará durante la etapa de desarrollo e implementación de un sistema de radio para analizar la cobertura y así conocer los lugares óptimos donde pueden ser colocadas las antenas de transmisión para obtener la mayor área cubierta posible.

En el primero de los casos, la recopilación de datos geográficos no es muy requerida, ya que tan sólo se necesita modelar un comportamiento para que tras una entrada represente una salida. Sin embargo, en el segundo de los casos se requerirá una base de datos descriptiva del terreno o las edificaciones.

4.1 Modelo de Propagación de Akumura - Hata

Este es un modelo matemático empírico de propagación de microondas que se fundamenta en el modelo presentado en 1968 por Akumura basado en unas series de mediciones llevadas a cabo en Tokio representando las pérdidas por longitud del trayecto en un juego de curvas. Para utilizar este antiguo modelo era por tanto

necesario utilizar las graficas de curvas. Es por tanto que en 1980 Hata desarrollo una expresión para evaluar las pérdidas y de acuerdo a esta, las pérdidas se encontrarían en función de la distancia del receptor al transmisor d (de 1 a 20 kilómetros), la frecuencia f la cual puede variar desde 50MHz a 1500MHz, la altura efectiva de la estación base h_b (entre 30 y 200 metros) y la altura efectiva de la estación del suscriptor h_m (entre 1 y 10 metros) y de un término correctivo que irá en dependencia del entorno donde se utilice.

La ecuación para la obtención de las pérdidas por este modelo es (COST 231, 1999):

$$A_{db} = 69.55 + 26.16 \log f - 13.82 \log h_b + (44.9 - 6.55 \log h_b) \log d$$
$$- a(h_m) \qquad (4.1.1)$$

Donde:

$$a(h_m) = (1.1\log f - 0.7)h_m - (1.56\log f - 0.8) \tag{4.1.2}$$

Aun y cuando este modelo fue uno de los pilares durante la primera generación de teléfonos móviles, dado el rango de frecuencias y el hecho de que la distancia a cubrir son de 1 a 20 kilómetros (no menor) este modelo no es de relevancia para enlaces basados en la familia de estándares IEEE 802.16

4.2 Modelo de Propagación COST 231-Hata

Este modelo de propagación es una modificación que introdujo Hata, para este las pérdidas vendrían dadas por:

$$A_{db} = 46.3 + 33.9 \log f - 13.82 \log h_b + (44.9 - 6.55 \log h_b) \log d - a(h_m) + C_m (4.2.1)$$

Donde C_m es igual a 0 dB para ciudades medianas con mediana densidad de arboles y 3 dB para centros metropolitanos.

En este modelo los demás parámetros son los mismos que el modelo de Hata y en este la frecuencia es extendida desde 1.5GHz hasta los 2GHz. Luego, todas las demás consideraciones permanecen igual.

4.3 Modelo de Propagación de COST-Walfish-Ikegami (COST-WI)

Este es otro modelo introducido por COST 231 que se basa en la combinación de los modelos de Walfish e Ikegami. Este es un modelo semi-empírico en el cual se toman en cuenta: la línea de vista directa entre el último vértice y el receptor y el trayecto seguido por una onda reflejada en el siguiente edificio.

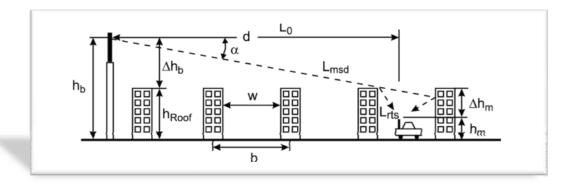


FIGURA 4. 1: REPRESENTACIÓN WALFISH-IKEGAMI (SIZUM, 2005)

De esta manera se tiene que para este modelo se deberá diferenciar para los casos en los que haya línea de vista y los casos en los que no haya línea de vista. De haber línea de vista la ecuación que definiría las pérdidas sería (COST 231, 1999):

$$L_b = 42.6 + 26\log d + 20\log f \tag{4.3.1}$$

Donde d deberá ser expresado en kilómetros y f en MHz. La distancia d deberá ser mayor de 20 metros. Los valores de los coeficientes han sido ajustados de acuerdo a medidas llevadas a cabo en la ciudad de Stockholm.

En el caso de que no exista línea de vista la potencia será determinada por la sumatoria de la pérdida inducida por el espacio libre, la pérdida debido a múltiples vértices de difracción y la pérdida debido a esparcimiento y difracción del trayecto desde el último techo y reflejado en el edificio próximo.

La ecuación es entonces:

$$L = \begin{cases} L_0 + L_{msd} + L_{rts}, & para \ L_{msd} + L_{rts} > 0 \\ L_0 & para \ L_{msd} + L_{rts} \le 0 \end{cases}$$
(4.3.2)

Donde:

$$L_0 = 32.4 + 20\log d + 20\log f \tag{4.3.3}$$

La pérdida debido a múltiples vértices de difracción resulta en una integral para la cual Walfish y Bertoni publicaron una solución aproximada para el caso en el que la antena de la estación base se encontrase por encima de la altura del techo. COST 231 extendió este modelo para casos en el que la altura de la antena de la estación se encontrase por debajo de la altura del techo. De manera que la ecuación para obtener tal pérdida sería:

$$L_{msd} = L_{bsh} + k_a + k_d \log d + k_f \log f - 9 \log b$$
 (4.3.4)

Donde:

$$L_{bsh} = \begin{cases} -18\log(1 + \Delta h_b), & para h_b > h_{roof} \\ 0 & para h_b \le h_{roof} \end{cases}$$

$$(4.3.5)$$

$$k_{a} = \begin{cases} 54, & para \ h_{b} > h_{roof} \\ 54 - 0.8\Delta h_{b}, & para \ d \geq 0.5km \ y \ h_{b} \leq h_{roof} \\ 54 - \frac{0.8\Delta h_{b}d}{0.5}, & para \ d < 0.5km \ y \ h_{b} \leq h_{roof} \end{cases}$$
(4.3.6)

$$k_d = \begin{cases} 18, & para h_b > h_{roof} \\ 18 - 15 \frac{\Delta h_b}{h_{roof}}, & para h_b \leq h_{roof} \end{cases}$$
(4.3.7)

$$k_f = -4 + \begin{cases} 0.7 \left(\frac{f}{925} - 1 \right), & \textit{Para ciudades medianas} \\ 1.5 \left(\frac{f}{925} - 1 \right), & \textit{Para centros metropolitanos} \end{cases} \tag{4.3.8}$$

$$\Delta h_b = h_b - h_{roof} \tag{4.3.9}$$

El término L_{rts} describe el acople entre la señal que se propaga por difracción y la que se reflejo en uno de los edificios a través de la calle. Este término se basa mayormente en las postulaciones de Ikegami, no obstante, COST 231 utilizó otra función para la orientación de la calle.

La ecuación para obtener esta pérdida sería entonces:

$$L_{rst} = -16.9 - 10\log w + 10\log f + 20\log \Delta h_m + L_{ori}$$
 (4.3.10)

Donde:

$$L_{ori} = \begin{cases} -10 + 0.354\varphi, & para \ 0^{\circ} \le \varphi < 35^{\circ} \\ 2.5 + 0.075(\varphi - 35), & para \ 35^{\circ} \le \varphi < 55^{\circ} \\ 4.0 - 0.114(\varphi - 55), & para \ 55^{\circ} \le \varphi < 90^{\circ} \end{cases}$$
(4.3.11)

$$\Delta h_m = h_{roof} - h_m \tag{4.3.12}$$

Las restricciones para este modelo son:

- f: 800 2000MHz
- h_b : 4 50mt
- h_m : 1 3mt
- d: 0.02 5km

4.4 Modelo de Propagación Erceg.

Este modelo está basado en la información experimental recolectada por AT&T en los Estados Unidos de América en las celdas a 1.9GHz existentes en 1995. El terreno fue clasificado en tres categorías:

- A. Terreno montañoso con una densidad de moderada a elevada de árboles y altas pérdidas de trayecto.
- B. Terreno montañoso con ligera densidad de árboles o terreno plano con densidad de moderada a elevada de árboles.
- C. Terreno plano con ligera densidad de árboles y pocas pérdidas de trayecto.

La ecuación para la pérdida es entonces (WiMAX Forum, 2008):

$$A_{dB} = 20 \log \left(\frac{4\pi d_0}{\lambda}\right) + 10\gamma \log \left(\frac{d}{d_0}\right) + s, \quad para \ d > d_0$$
 (4.4.1)

Donde λ es la longitud de onda en metros, d_0 es la distancia de referencia (100mt) y γ es la constante de atenuación dada por:

$$\gamma = a - bh_b + \frac{c}{h_b} \tag{4.4.2}$$

Los parámetros a, b y c vienen entonces dados por:

Parámetros del Modelo Erceg

Parámetro	Terreno A	Terreno B	Terreno C
a	4.6	4	3.6
b	0.0075	0.0065	0.005
С	12.6	17.1	20

TABLA 4. 1: PARÁMETROS DEL MODELO ERCEG

Este modelo es apto para frecuencias cercanas a 2GHz y para antenas receptoras con alturas cercanas a 2 mt. Para otras frecuencias y alturas de antena receptora (entre 2mt y 10mt) es necesario introducir términos correctivos. De manera que la ecuación resultante sería:

$$A_{total} = A_{dB} + A_f + A_h \tag{4.4.3}$$

Donde A_f es el término correctivo de frecuencia y A_h el término correctivo de la altura de la antena receptora. Las ecuaciones para determinar estos términos son:

$$A_f = 6\log\left(\frac{f}{2000}\right) \tag{4.4.4}$$

$$A_{h} = \begin{cases} -10.8 \log \left(\frac{h}{2}\right), & Para \ categorias \ Ay \ B \\ -20 \log \left(\frac{h}{2}\right), & Para \ categoria \ C \end{cases}$$
(4.4.5)

En estas ecuaciones la frecuencia debe ser representada en MHz.

La variable *s* es un término estadístico adquirido de manera experimental que representa la variación estándar de las medidas con respecto al modelo.

5 Concepción del Modelo Matemático

5 CONCEPCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

En este capítulo se proseguirá con el proceder expuesto en el capítulo dos para el desarrollo de un modelo matemático. De las partes descritas en este capítulo se encontrarán las tres primeras: definición del problema, conceptualización del modelo y el análisis de factibilidad del mismo.

5.1 Definición el problema

El problema básico que bosqueja la situación que se pretende modelar es el del desarrollo de un modelo matemático capaz de reflejar las pérdidas de un enlace exterior basado en la familia de estándares IEEE 802.16 (Celdas pequeñas) tomando en consideración las características propias del entorno de la República Dominicana.

De esta manera tenemos que, atendiendo a lo especificado se requerirá de un modelo capaz de tomar en consideración las pérdidas debido a la presencia de lluvias frecuentes y de zonas con relativa densidad de árboles además de las consideraciones anteriores como son pérdidas de espacio libre, pérdida por difracción, por multitrayecto y por obstrucción (Sánchez, 2008) (Cueto, 2008).

5.2 Conceptualización del modelo

Para iniciar con la generación del concepto del modelo matemático se deberá primero establecer cuales son las variables endógenas a las cuales se buscan respuesta.

Tras analizar el planteamiento del problema, nos damos cuenta de que la cuestión primordial es la obtención de la atenuación del trayecto. Es por ende, que sólo se trabajará entorno a una variable endógena, la pérdida de potencia del trayecto.

Luego de identificar la variable endógena se procederá a identificar las variables exógenas que intervienen. Para esto será necesario ir a la vez estableciendo las relaciones entre estas.

La pérdida total del trayecto, pues vendrá entonces dada por la sumatoria de la pérdida debido a diferentes factores. De ahí tendremos que la pérdida total sería entonces de la siguiente forma:

$$L_t = L_0 + L_{dr} + L_a + L_{ll} + L_m {(5.2.1)}$$

Donde L_0 es la pérdida debido al espacio libre, L_{dr} es la pérdida debido a la difracción y por superposición de la reflexión más próxima, L_a es la pérdida debido a la presencia de árboles, L_{ll} es la pérdida debido a la lluvia o humedad relativa del ambiente y L_m es la pérdida debido a otros factores no aislados.

5.2.1 PÉRDIDA DE POTENCIA DEBIDO A LA LONGITUD DEL TRAYECTO

Para la pérdida de potencia debido al espacio libre se considerarán los conceptos expuestos en la sección 3 referentes al vector Poynting.

Si partimos de la ecuación 3.1.55 como densidad superficial de potencia promedio tendríamos que la potencia a una distancia z estaría dada por:

$$P_{(z)} = A \frac{1}{2} \frac{E_{x0}^{2}}{\eta_{r}} e^{-2\alpha z} \cos \theta_{\eta}$$
 (5.2.2)

Donde A es el área de la región en la que se evalúa.

Si aislamos todos los términos que no dependen de z, excluyendo el área, tendríamos:

$$\frac{1}{2} \frac{E_{x0}^2}{\eta_r} \cos \theta_{\eta} = Dp_0 \tag{5.2.3}$$

Entonces obtendríamos que la potencia a una distancia z sería:

$$P_{(z)} = A D p_0 e^{-2\alpha z} (5.2.4)$$

Se considerará ahora que la potencia que se transmite (P_t) será igual a la potencia existente cuando z=0 y se posee una región de área A_0 , entonces se tendría:

$$P_{(0)} = P_t = A_0 Dp_0 (5.2.5)$$

Y podríamos entonces decir que:

$$\frac{P_t}{A_0} = Dp_0 \tag{5.2.6}$$

Sustituyendo en 5.2.4 tendríamos entonces:

$$P_{(z)} = P_t e^{-2\alpha z} \, \frac{A}{A_0} \tag{5.2.7}$$

Si partimos ahora de las consideraciones expuestas en la sección 3.2 y asumiendo que la antena transmisora es una antena isotrópica ideal tendríamos que el área A_0

que es el área en la región inicial sería entonces el área de una esfera y podríamos sustituirla por:

$$A_0 = 4\pi z^2$$

Y entonces si cambiamos A haciendo $A = A_r$ podríamos escribir 5.2.7 como:

$$P_{(z)} = P_t e^{-2\alpha z} \frac{A_r}{4\pi z^2}$$
 (5.2.8)

Donde z es la distancia desde el origen al punto en el que se mide y A_r es el área de la región en z, en este caso el área de la antena receptora. Se puede verificar la similitud de la ecuación 5.3.8 con la ecuación 3.2.2, sólo que en la ecuación 3.2.2 no existe la exponencial e desvanecimiento puesto que la misma la plantean en un espacio libre ideal no disipativo por lo cual el coeficiente de atenuación (α) se hace 0. En este caso vamos a dejar el coeficiente para que luego de manera experimental el mismo pueda ser establecido.

Tenemos entonces que si se desea presentar la potencia recibida a una distancia d en función de la ganancia de la antena receptora, por el procedimiento descrito en 3.2, tendríamos:

$$P_r = P_t g_t g_r \left(e^{-\alpha d} \frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2$$

Y entonces:

$$10\log\left(\frac{P_t}{P_r}\right) = -10\log(g_t) - 10\log(g_r) + 10\log\left(e^{\alpha d}\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2$$
 (5.2.9)

$$10\log\left(\frac{P_t}{P_r}\right) = -10\log(g_t) - 10\log(g_r) + 20\log\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right) + 20\log(e^{\alpha d}) \quad (5.2.10)$$

$$10\log\left(\frac{P_t}{P_r}\right) = -10\log(g_t) - 10\log(g_r) + 20\log\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right) + 8.6859\alpha d \quad (5.2.11)$$

Tendríamos de esta manera que las pérdidas del espacio libre serían:

$$L_0 = 20\log\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right) + 8.6859\alpha d \tag{5.2.12}$$

La cual se puede expresar como la razón de dos distancias, una de muestra y la real, así tendríamos:

$$L_0 = 20 \log \left(\frac{d_0 4\pi d}{d_0 \lambda}\right) + 8.6859\alpha d = 20 \log \left(\frac{4\pi d_0}{\lambda}\right) + 20 \log \left(\frac{d}{d_0}\right) + 8.6859\alpha d \quad (5.2.13)$$

Donde el primer término es la pérdida de espacio libre en la distancia d_0 , tomada como distancia de muestreo, y que puede ser medida en campo, e introducida, entonces se obtendría el equivalente para cualquier distancia con tan sólo obtener el logaritmo de la razón de la distancias a medir y de muestra. Y tendríamos que:

$$L_0 = L_{d0} + 20 \log\left(\frac{d}{d_0}\right) + 8.6859\alpha d$$
 (5.2.14)

Sin embargo, haciéndolo de esta manera la ecuación no es dependiente de la frecuencia, por lo que se deberá tomar una muestra de la pérdida en d_0 cada vez que se desee cambiar de frecuencia. Es esa la razón por la cual se prefiere utilizar la ecuación genérica en el modelo, la cual si la expresamos en término de frecuencia en GHz sería:

$$L_0 = 20 \log \left(\frac{4\pi df \cdot 10^9}{v} \right) + 8.6859\alpha d \tag{5.2.15}$$

$$L_0 = 20 \log \left(\frac{4\pi \cdot 10^9}{v} \right) + 20 \log(d) + 20 \log(f) + 8.6859\alpha z$$
 (5.2.16)

Si asumimos variaciones muy pequeñas de la velocidad a la que se propaga la onda (v) con respecto a la velocidad en el espacio libre tendríamos entonces que:

$$L_0 = 20\log\left(\frac{4\pi \cdot 10}{2.99792458}\right) + 20\log(d) + 20\log(f) + 8.6859\alpha d$$
 (5.2.17)

Y para expresar d en kilómetros tendríamos entonces:

$$L_0 = 92.4478 + 868.59\alpha d + 20\log(d) + 20\log(f)$$
 (5.2.18)

Donde 5.2.18 expresaría la pérdida debido al espacio libre de nuestro modelo.

Cabe identificar que las variables exógenas de esta parte serían: α en neper por metros, d en kilómetros y la frecuencia en f GHz.

5.2.2 PÉRDIDAS DE POTENCIA DEBIDO A DIFRACCIÓN Y REFLEXIÓN

Para este término se utilizará la sumatoria de los modelos de difracción de Walfish y el modelo de atenuación por dispersión y reflexión de Ikegami. En el caso de Ikegami, se acogerán las recomendaciones del grupo COST231 con respecto al término de pérdida por orientación de las calles. La ecuación quedaría entonces de la siguiente manera:

$$L_{dr} = L_{msd} + L_{rst}$$

De donde los términos L_{msd} y L_{rst} son igual a los expuestos en la sección 4.3 con unas modificaciones simples para introducir la frecuencia en GHz:

$$L_{msd} = L_{bsh} + k_a + k_d \log d + k_f (3 + \log f) - 9 \log b$$
 (5.2.19)

$$L_{rst} = 13.1 - 10\log w + 10\log f + 20\log \Delta h_m + L_{ori}$$
 (5.2.20)

$$k_f = -4 + \begin{cases} 0.7 \left(\frac{f \cdot 10^3}{925} - 1 \right), & Para\ ciudades\ medianas \\ 1.5 \left(\frac{f \cdot 10^3}{925} - 1 \right), & Para\ centros\ metropolitanos \end{cases} \tag{5.2.21}$$

Para mayores referencias se puede consultar la sección 4.3 donde se explica al detalle este modelo.

Las variables exógenas de esta etapa serían por tanto las expuestas en la gráfica 4.1:

h_b: Altura Estación Báse (mt)

 h_m : Altura Estación Subscriptor (m'ovil)(mt)

 h_{roof} : Altura promedio de los techos(mt)

w: Anchura promdio de las calles (mt)

 θ : Ángulo promdio de incidencia

Además de la frecuencia en GHz y la distancia en kilómetros.

5.2.3 PÉRDIDAS DE POTENCIA DEBIDO A LLUVIA

Para este término se utilizará una modificación del modelo brasileño expuesto en la sección 3.5:

$$L_{ll} = \gamma_p \cdot d \cdot 10^3 \tag{5.2.22}$$

$$\gamma_p = k \cdot R_p^{\alpha} \tag{3.5.2}$$

En este caso d es la distancia en kilómetros y los valores para la ecuación 3.5.2 pueden ser obtenidos de la sección 3.5.1.

Cabe destacar que estas pérdidas son sólo relevantes luego de los 6 GHz, por debajo de ahí son muy mínimas y despreciables.

Tendríamos entonces que las variables exógenas serían:

k y α: Constantes dependientes de la polarización y la frecuencia (tabla 3.3)

 $R_p\,:Es\,la\,tasa\,de\,precitación\,de\,la\,región.$

5.2.4 PÉRDIDAS DE POTENCIA DEBIDO A ÁRBOLES

Para este términos se utilizará el modelo de rice el cual es aplicable a frecuencias mayores de 1GHz como es el caso que nos compete.

La ecuación sería:

$$L_a = \alpha d \cdot 10^3 \qquad (5.2.23)$$

$$\alpha = a_1 \sigma + a_2 e^{\left(\frac{-a_3}{f}\right)} \log\left(1 + \frac{f}{a_4}\right) \qquad (3.6.8)$$

Donde σ es la conductividad del entorno mientras que $a_1=1637, a_2=0.2717,$ $a_3=0.09$ y $a_4=0.1.$

En este, las únicas variables exógenas serían:

σ: Conductividad del Entorno (mho)

La distancia en kilómetros y la frecuencia en GHz.

5.2.5 PÉRDIDAS DE POTENCIA DEBIDO A OTROS FACTORES

Para agregar mayor precisión al modelo se le integra un término que será la variación estándar de las medidas realizadas de manera experimental con respecto a las predicciones del modelo. Es un término semejante al presente en el modelo de Erceg.

5.3 Análisis de Factibilidad

Para determinar la factibilidad de implementación se deben considerar dos cosas, primero que todas las relaciones puedan ser satisfechas y segundo que todas las variables exógenas puedan ser obtenidas.

De tal manera se tiene que, la primera de las condiciones se satisface con las exposiciones realizadas en los capítulos previos y con respecto a las variables exógenas que serían:

- α : Constante de Atenuación $(\frac{neper}{metros})$
- d: distancia de la estación base a la estación del suscriptor
- f: frecuencia en GHz
- h_b: Altura Estación Báse (mt)
- h_m : Altura Estación Suscriptor (m'ovil)(mt)
- h_{roof} : Altura promedio de los techos(mt)

- w: Anchura promdio de las calles (mt)
- θ : Ángulo promdio de incidencia
- k y α: Constantes dependientes de la polarización y la frecuencia (tabla 3.3)
- ullet $R_p:$ Es la tasa de precitación de la región.
- σ: Conductividad del Entorno (mho)

De esta manera se puede verificar, que tal como se ha expuesto a lo largo del documento todas las variables pueden ser obtenidas. En el caso de α y σ es aconsejable obtenerlas de manera experimental.

6 Conclusiones y Recomendaciones

6 CONLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Tras haber analizado los esquemas expuestos anteriormente se puede concluir que el modelo ideal para analizar enlaces de comunicación basados en la familia de estándares IEEE 802.16 sería, presentado de manera general, el siguiente:

$$L_t = L_0 + L_{dr} + L_d + L_{ll} + L_m (5.2.1)$$

$$L_0 = 92.4478 + 868.59\alpha d + 20\log(d) + 20\log(f)$$
 (5.2.18)

$$L_{dr} = L_{msd} + L_{rst}$$

$$L_{msd} = L_{bsh} + k_a + k_d \log d + k_f (3 + \log f) - 9 \log b$$
 (5.2.19)

$$L_{rst} = 13.1 - 10\log w + 10\log f + 20\log \Delta h_m + L_{ori}$$
 (5.2.20)

$$L_{bsh} = \begin{cases} -18\log(1 + \Delta h_b), & para h_b > h_{roof} \\ 0 & para h_b \le h_{roof} \end{cases}$$

$$(4.3.5)$$

$$k_{a} = \begin{cases} 54, & para \ h_{b} > h_{roof} \\ 54 - 0.8\Delta h_{b}, & para \ d \geq 0.5km \ y \ h_{b} \leq h_{roof} \\ 54 - \frac{0.8\Delta h_{b}d}{0.5}, & para \ d < 0.5km \ y \ h_{b} \leq h_{roof} \end{cases}$$
(4.3.6)

$$k_d = \begin{cases} 18, & para h_b > h_{roof} \\ 18 - 15 \frac{\Delta h_b}{h_{roof}}, & para h_b \leq h_{roof} \end{cases}$$
(4.3.7)

$$k_f = -4 + \begin{cases} 0.7 \left(\frac{f \cdot 10^3}{925} - 1 \right), & \textit{Para ciudades medianas} \\ 1.5 \left(\frac{f \cdot 10^3}{925} - 1 \right), & \textit{Para centros metropolitanos} \end{cases} \tag{5.2.21}$$

$$\Delta h_b = h_b - h_{roof} \tag{4.3.9}$$

$$L_{ori} = \begin{cases} -10 + 0.354\varphi, & para \ 0^{\circ} \le \varphi < 35^{\circ} \\ 2.5 + 0.075(\varphi - 35), & para \ 35^{\circ} \le \varphi < 55^{\circ} \\ 4.0 - 0.114(\varphi - 55), & para \ 55^{\circ} \le \varphi < 90^{\circ} \end{cases}$$
(4.3.11)

$$\Delta h_m = h_{roof} - h_m \tag{4.3.12}$$

$$L_{II} = \gamma_n \cdot d \cdot 10^3 \tag{5.2.22}$$

$$\gamma_p = k \cdot R_p^{\alpha} \tag{3.5.2}$$

$$L_a = \alpha d \cdot 10^3 \tag{5.2.23}$$

$$\alpha = a_1 \sigma + a_2 e^{\left(\frac{-a_3}{f}\right)} \log\left(1 + \frac{f}{a_4}\right) \tag{3.6.8}$$

 $L_m = Desviación Estándar de las medidas.$

Las variables y como obtenerlas se listan en la sección 5.3.

Este modelo posee la estructura adecuada para satisfacer las exigencias antes expuestas. El mismo, dado que se encuentra fundamentado en teorías ya existentes posee el rigor teórico para ser utilizado en el rango de 0.002 a 5 kilómetros que según los expuesto en el capítulo uno, y luego en el capítulo tres referente al enlace de redes en WiMAX y a los radios de áreas de un modelo de celda pequeña es más que suficiente.

Con respecto a la frecuencia, está apto para ser utilizado en el rango de 0.8 – 10 GHz, sin embargo, no es recomendable (COST 231, 1999) utilizar el término de pérdidas por difracción basado en las teorías de Walfish e Ikegami sin antes hacer modificaciones y reajustes experimentales a la constante k_f del término L_{msd} si se sobrepasan los 2GHz. Dentro del modelo, está es la única teoría que no se encuentra certificada para laborar a frecuencias por encima de 2GHz.

Con referencia a la constante de atenuación y a la conductividad del medio, estas deberán por igual ser tomadas de manera experimental en el medio en que se vayan a implementar, ya que la obtención de manera analítica, puede implicar muchas dificultades.

La deviación estándar de las medidas experimentales con respecto a las predicciones del modelo representará una manera satisfactoria de asumir cualquier otro factor no aislado, es por ende que se debe colocar primordial atención en la obtención de las medidas experimentales.

En el caso de analizar un modelo en el que exista línea de vista se deberá utilizar el término $\boldsymbol{L_0}$ y dado que no existen muchos elementos que difracten, se puede utilizar la teoría de difracción de Fresnel expuestas en el capítulo tres.

7 Referencias Bibliográficas

- A Comprehensive Double Knife-Edge Difraction Computation Method Based on the Complete Fresnel Theory and a Recursive Series Expansion Method.
 [Conferencia] / aut. Mokhtari Hatem // No.2. - IEEE, 1999. - Vol. 48.
- **An Introduction to Mathematical Modeling** [Libro] / aut. Bender Edward A. Courier Dover Publications, 2000.
- **Antenna Theory: Analysis and Design** [Libro] / aut. Balanis Constantine A. Wiley and Sons, Inc., 1997.
- Atenuación específica debido a la Lluvia [En Línea] // Radiocomunicaciones y Fibras Ópticas. - Noviembre 25, 2008. http://www.radioptica.com/Radio/lluvia.asp?pag=2.
- **Digital Mobile Radio Towards Future Generation Systems** [Reporte] / aut. COST 231. Turin: COST, 1999.
- **Director de Telecomunicaciones ETED** [Entrvista] / Entrev. Cueto Ing. Dario. Santo Domingo, Noviembre 13, 2008.
- **Engineering Electromagnetics** [Libro] / aut. William H. Hayt Jr. Mc Graw Hill, 2001. Vol. Sixth Edition.
- Fenómeno de la Difracción [En Línea] / aut. Alpuente J. // Universidad de Alcalá. Noviembre 20, 2008. http://agamenon.tsc.uah.es/Asignaturas/ittst/po/apuntes/Difraccion.pdf.
- **Gerente del Departamento de Ingeniería de SUPERCANAL** [Entrvista] / Entrev. Sánchez Ing. Porfirio. Santo Domingo , Noviembre 10, 2008.
- Mathematical Modelling Techniques [Libro] / aut. Aris Rutherford. Courier Dover Publications, 1995.
- Mobile WiMAX Certification [Reporte] / aut. WiMAX Forum. 2008.
- Modelo de Cobertura de Redes Inalámbricas Basado en Radiosidad por Refinamiento Progresivo [Reporte] / aut. Fernández Néstor García. Oviedo , 2006.
- Physical and Medium Access Control Layers for Combined Fixed and Mobile Operation In Licenced Band (IEEE 802.16e) [Reporte] / aut. IEEE. - New York: IEEE, 2006.
- **Propagación en Trayectos con Multiples Obstáculos** [En Línea] / aut. Alpuente J. // Universidad de Alcalá: Teoría de la Señal y Comunicaciones. Noviembre 20, 2008. http://agamenon.tsc.uah.es/Asignaturas/ittst/po/apuntes/MultiplesObs.pdf.

- Radio System Design For Telecomunications [Libro] / aut. Freeman Roger L. Haboken, New Jersey: John Wiley and Sons, Inc., 2007.
- Radio Wave Propagation For Telecomunication Applications [Libro] / aut. Sizum H. Berlin : Springer, 2005.
- **WiMAX Hand Book** [Libro] / aut. Syed Ahson Mohammad Ilyas. Florida : CRC Press, 2008. Vol. I.
- WiMAX System Evaluation Methodology [Reporte] / aut. WiMAX Forum. 2008.